

SOBRE LA LOGICA DE LAS DESCRIPCIONES

EMILIO DÍAZ-ESTÉVEZ
UNIVERSIDAD DE SEVILLA

En un manual de lógica formal de no escasa difusión en nuestro país se propone al lector como ejercicio la prueba de la independencia semántica de la sentencia α_5 respecto del conjunto de sentencias $\{\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_4\}$, tales que:

$$\begin{aligned}\alpha_1 &\equiv \iota x \neg \exists y (Py \wedge Myx) = d, \\ \alpha_2 &\equiv Pd, \\ \alpha_3 &\equiv \exists x (Px \wedge Ex), \\ \alpha_4 &\equiv \forall x (Px \wedge Ex \rightarrow \forall y (Py \wedge \neg Ey \rightarrow Mxy)), \text{ y} \\ \alpha_5 &\equiv Ed.\end{aligned}$$

Como viene siendo habitual en los manuales españoles de la especialidad, el propio autor se toma la molestia de efectuar el ejercicio, al que presenta como una prueba de la invalidez del argumento ontológico, incluso en el caso de que se considere que la existencia es un predicado.

1.- LA CRÍTICA DE KANT Y DE FREGE AL ARGUMENTO ONTOLÓGICO

Como es sabido, y el autor hace notar², al menos desde Kant, se hace radicar la invalidez del citado argumento en el hecho de que la existencia no es propiamente un predicado. En la *Crítica de la razón pura*, Kant afirma en efecto que la existencia, si bien es un predicado *lógico*, no es un predicado real; de donde se sigue que el argumento ontológico no es concluyente³.

Claro está que la lógica con la que Kant podría contar no había alcanzado los desarrollos actuales y, por consiguiente, cabe pensar que los insuficientes conoci-

1. Jesús Mosterín, *Lógica de primer orden*, Ed. Ariel, 1970, Barcelona, pag. 122-123. Veanse también pags. 85-86.

2. *Ibid.* pag. 122.

3. Cfr. *Crítica de la razón pura*, Segunda División, Libro Segundo, Sección Tercera, Cap. IV, trad.de Pedro Rivas, Ed. Alfaguara, Madrid, 1989, pags. 503-504.

tos de la época en materia de lógica, disciplina que, por cierto, Kant pensaba completa ya desde Aristóteles⁴, podían llevar a considerar correctos argumentos que realmente no lo son. Así, la ignorancia de ciertos principios lógicos, precisamente los relativos a lo que hoy se puede denominar «lógica de las descripciones», sería la causa de la creencia de Kant según la cual solamente el hecho de que la existencia no es un predicado invalida el argumento ontológico.

Pero que el fracaso de esta supuesta demostración de la existencia de Dios sea un ejemplo adecuado de los progresos de la lógica, es una opinión que contrasta con el hecho de que la lógica moderna, y en concreto la lógica de las descripciones, se debe inicialmente a Frege, quien a pesar de ello comparte plenamente la tesis de Kant respecto de la causa del carácter no concluyente del referido argumento.

Cuando Kant afirma que la existencia no es un predicado real sino un predicado lógico, parece aludir a la distinción en lógica tradicional entre las propiedades reales o de cosas, y las propiedades que no son atribuibles a las cosas u objetos sino solamente a los conceptos de las mismas y precisamente en cuanto conceptos⁵. A estas propiedades, y por consiguiente a los predicados correspondientes, como la predicabilidad, la universalidad, etc. se les ha llamado desde siempre «propiedades lógicas» para distinguirlas de las propiedades de los objetos mismos de los conceptos. Así, lo único que hace Kant es explicitar algo que estaba realmente implícito en los tratamientos escolásticos acerca de las propiedades lógicas o segundas intenciones.

En la Edad Media, por causa seguramente de las implicaciones teológicas, al hablar de las propiedades lógicas se insistía principalmente en la de la universalidad, a la que se consideraba raíz de las restantes. Esta propiedad, cuyo nombre se hacía provenir de *unum versus alia*, era definida como *unum in multis et de multis*, insistiendo antes en lo que llamaban la naturaleza universal, *in multis*, que en la predicabilidad, *de multis*; y poniendo a lo primero como fundamento de lo segundo, que sería la propiedad lógica

4. Cfr. *Crítica de la razón pura*, prólogo a la segunda edición, BVIII, traducción de Pedro Ribas, Alfaguara, 1988, pag. 15-16.

5. En realidad, de las palabras de Kant: «puede servir de predicado lógico todo lo que se quiera, aun el sujeto puede predicarse de sí mismo, puesto que la lógica hace abstracción de todo contenido» (*Crítica de la razón pura*, pags. 503-504), se puede inferir que cuando dice que la existencia es un predicado lógico lo que afirma es que sólo gramaticalmente es un predicado. Pero las razones que aduce para probar que no es un predicado real nos permiten entender su pensamiento como lo hacemos. Así afirma: «Ser no es evidentemente un predicado real, es decir, un concepto de algo que pueda añadirse al concepto de una cosa. Es sencillamente la posición de una cosa o de ciertas determinaciones en sí ... La proposición: Dios es todopoderoso, contiene dos conceptos que tienen sus objetos: Dios y omnipotenci; la partícula es no es otro predicado más, sino solamente lo que pone al predicado en relación con el sujeto. Pues bien, si tomo el sujeto (Dios) junto con todos sus predicados (entre los cuales figura también la omnipotencia) y digo: Dios es, o hay un Dios, no pongo ningún predicado nuevo al concepto de Dios, sino solamente (pongo) al sujeto en sí mismo con todos sus predicados, y ciertamente al objeto en relación con mi concepto" (Ibid.). Basándome en este texto me permito, en contra de la opinión de Hintikka (Vide: «Kant on Existence, Predication, and the Ontological Argument», en *Dialectica*, vol. 35, n. 1.2, 1981) relacionar el rechazo de Kant al argumento ontológico con el de Frege.

propriadamente dicha. La expresión *de multis* en la definición escolástica de lo universal no indicaba necesariamente que el universal en cuestión se predicara de cuantitativamente muchas cosas. En realidad, lo que se pretendía era distinguir los universales de los denominados «conceptos singulares», es decir, de los correlatos psicológicos y objetivos de los nombres propios que, como tales, frente a los universales, se predicaban, según el análisis anterior a Frege de la oración, solamente de uno⁶. A lo que el *de multis* alude es a la condición de predicabilidad de los conceptos, que es en definitiva la raíz de lo que se entiende por universalidad.

Pero la predicabilidad es efectivamente de muchos (de varios), o, por el contrario, lo que ya no habían advertido los escolásticos, de ninguno; y en este caso hablamos de la vacuidad del concepto, condición que es evidentemente una forma de predicabilidad y, por tanto, es una propiedad lógica. Por la misma razón, la existencia, es decir, la no vacuidad, no puede dejar de ser considerada una propiedad lógica, y lo mismo sucede respecto de la unicidad o predicabilidad solamente de uno, o de la propiedad de decirse solamente de dos, etc.

Esta concepción post-escolástica de la lógica y de lo lógico es de la que arranca la lógica de Frege y, por consiguiente, toda la lógica moderna; y ésta es en definitiva la razón que lleva a Frege al tratamiento lógico de los números y a los intentos logicistas de fundamentación de la aritmética.

Es cierto que, además, Frege realiza un nuevo análisis lógico del lenguaje, opuesto en numerosos sentidos al tradicional. Pero este análisis no le impide, al menos de hecho, afirmar con Kant que si la existencia fuera un predicado de objetos y no una propiedad de conceptos, el argumento ontológico alcanzaría su objetivo⁷.

El objetivo del presente trabajo es precisamente tratar de resolver esta al menos aparente contradicción; a saber, que se pueda, mediante un desarrollo de la lógica debido a Frege, probar algo que el propio Frege, y justamente cuando está tratando de temas relacionados con dicho desarrollo⁸, contradice; y con ocasión de lo mismo, realizar

6. Naturalmente, la consideración de que los nombres propios -y dentro de ellos cabría considerar lo que hoy llamamos descripciones- son conceptos es consecuencia de un deficiente análisis del lenguaje. El escolástico pensaba que el uso del «es» en oraciones de la forma «Esto es Pedro» es el mismo que en las de la forma «el hombre es animal»; de donde, de la misma manera que en la segunda oración, «animal» se predica de «hombre»; así como, en otras, de muchos otros sujetos; en la primera, «Pedro» se predica de «esto», pero en ningún caso de otro sujeto realmente distinto.

7. Exactamente en *Grundlagen der Arithmetik*, § 53, dice así: «Porque la existencia es una propiedad del concepto, la prueba ontológica de la existencia de Dios no logra su propósito». Cfr. G. Frege, *Conceptografía. Los Fundamentos de la Aritmética. Otros estudios filosóficos*. Trad. de Hugo Padilla, Universidad Nacional Autónoma de México, México, 1972, pag. 163. Hablo aquí, como en el resto del artículo, de objetos y conceptos en el sentido de Frege.

8. En el párrafo 53 de *Grundlagen*, en donde afirma que la invalidez del argumento ontológico radica en el hecho de que la existencia no es un predicado, Frege se está refiriendo a dos propiedades de conceptos, no de cosas; a saber, la existencia y la unicidad, que son precisamente las que se exige que posean las genuinas descripciones o descripciones propias. Frege trata aquí de estas cuestiones en relación con la noción de número.

ciertas consideraciones que puedan arrojar alguna luz sobre el tratamiento lógico de aquellas expresiones del lenguaje que, desde las obras de Frege y, sobre todo, de Russell, se denominan «descripciones». Para ello, comenzaremos refiriéndonos en primer lugar al argumento que el autor del manual de referencia supone que se formaliza correctamente mediante el conjunto de sentencias $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$, para las premisas, y la sentencia α_5 , para la conclusión.

Expresado en el lenguaje natural, el argumento en cuestión es el siguiente:

«Dios es el ser mayor que el cual nada puede ser pensado. Dios puede ser pensado. Algún ser puede ser pensado y existe. Cualquier ser que pueda ser pensado y exista es mayor que cualquier otro que sólo pueda ser pensado, pero no exista. Por consiguiente, Dios existe⁹».

Llamaremos, respectivamente, A_1, A_2, A_3 y A_4 a cada uno de los enunciados que son tomados como premisas en el argumento, según su orden de aparición, y A_5 a la conclusión «Dios existe». En el manual, las sentencias $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4$ y α_5 pretenden formalizar respectivamente los enunciados A_1, A_2, A_3, A_4 y A_5 siempre en el supuesto de que la existencia fuera un predicado de objetos.

Así, A_1 , a saber, «Dios es el ser mayor que el cual nada puede ser pensado», es formalizado mediante la fórmula $\iota x \neg \exists y (Py \wedge Myx) = d$, en la que d es una constante individual, y el otro término de la identidad se obtiene a partir de la fórmula $\neg \exists y (Py \wedge Myx)$, con x libre, mediante la anteposición del descriptor ι con el sufijo x .

O sea que, en primer lugar, el autor del manual ha optado por tratar a la palabra «Dios» como nombre de objeto y por eso la ha formalizado mediante la constante individual d . Esto, que «Dios» sea considerado un nombre propio y no un nombre común, está, justificado, créase o no en la existencia de un ser supremo, en nuestra cultura monoteísta. El predicado «... es Dios» difícilmente puede ser considerado de la misma manera que «... es hombre», sino más bien como «... es Pedro», es decir, como un predicado de identidad en el que se ha llenado uno de los huecos con el nombre de un objeto.

En segundo lugar, y consecuentemente, el autor del manual ha formalizado «el ser mayor que el cual nada se puede pensar» como lo que desde Russell se llama una descripción definida o, simplemente, una descripción. Tampoco en esto ha procedido de una manera que pueda considerarse extraña. Desde Frege, y más aun desde Russell, se viene insistiendo en que el artículo determinado singular «el» o «la» es la partícula que caracteriza las descripciones definidas, que son expresiones de la forma «el tal y cual» y cuya función es la de designar objetos. Es cierto, como Russell advierte, que en ocasiones se usa el «el» en expresiones de la forma «el tal y cual» con cierta

9. J. Mosteirín, *op.cit.* pag.122.

impropiedad, como cuando se habla de «el hijo de Fulano» cuando se sabe que Fulano tiene más de un hijo¹⁰, expresión de la que Russell afirma que sería más correcto decir «un hijo de Fulano», o como en las expresiones de la forma «el más grande de todos los mamíferos» o «el animal racional». Pero, en el caso que nos ocupa, Russell no hubiera dudado en considerar «el ser mayor que el cual nada se puede pensar» como una descripción. En efecto, según él, «Dios» no es un nombre sino una descripción¹² y esto porque si fuera un nombre propio sería nombre de un objeto y por consiguiente existiría. Al contrario, si «Dios» es una descripción, es decir, si no es más que una manera abreviada de decir «el ser mayor que el cual nada puede ser pensado» o como prefieren Russell y Whitehead, «el ser más perfecto», cabe todavía que se trate de una descripción impropia a la que, en contra del uso adecuado del «el», nada corresponda¹³.

Una vez que A_i ha sido formalizado mediante α_i resulta forzoso que en la formalización de la argumentación misma se tenga en cuenta lo que llamamos «lógica de las descripciones».

2.- LÓGICA CON Y SIN DESCRIPCIONES

Por «lógica de las descripciones» entendemos la extensión de lógica de primer orden con identidad a la que se han adicionado los postulados, axiomas o reglas, para las descripciones propias e impropias o al menos para las primeras; o, más específicamente, el conjunto de tales postulados. Por «descripciones propias» -nos estamos refiriendo exclusivamente a las descripciones definidas-, se entienden, también desde Russell, las expresiones de la forma «el tal y cual» tales que el predicado «tal y cual» se atribuye a al menos un objeto, y solamente a uno. Por «descripciones impropias», en cambio, se entienden las expresiones también de la forma «el tal y cual» para las que se verifica que el predicado «tal y cual» o no vale de ningún objeto o vale de más de uno. Así, lo que caracteriza a una descripción propia es la doble condición de existencia o no vacuidad y de unicidad del predicado correspondiente.

10. Cfr. «Sobre la denotación» en *Lógica y Conocimiento*, pag. 58.

11. Cfr. *Ibid.*, pag. 57-58.

12. Cfr. «La filosofía del atomismo lógico», en *Lógica y Conocimiento*, compilado por Robert Charles Marsh, trad. de Javier Muguerza, ed. Taurus, Madrid, 1966, pag. 351.1.

13. En *Principia Mathematica*, vol. I, second edition, Cambridge University Press, Cambridge, pag 31, sus autores afirman que «el ser más perfecto existe» se formalizará $(\exists c): x$ es el ser mas perfecto. $\equiv_x . x = c$. Lo que sin embargo no parece probable es que Russell hubiera formalizado A_i como α_i . No ya por la descripción, sino por la identidad una de cuyos miembros es d . En efecto, a partir de α_i se puede inferir $\exists x x = d$, que es la formalización de «Dios existe», tomando a la existencia, obviamente, no como un predicado de objetos. Esta creemos que es la razón de que Russell niegue la condición de nombre propio a «Dios» a la hora de transcribir esta palabra en en lenguaje simbólico.

El cálculo de lógica de primer orden que aparece en el manual de referencia y al que su autor denomina de Kalish y Montague incorpora dos reglas para las descripciones: la regla DP, para las descripciones propias,

$$\text{DP: } \frac{\exists y \forall x (\alpha \leftrightarrow x = y)}{\alpha (t_x \alpha / x)}$$

y la regla DI ,

$$\text{DI: } \frac{\neg \exists y \forall x (\alpha \leftrightarrow x = y)}{t_x \alpha = t_z z = z}$$

para las descripciones impropias¹⁴.

La lógica de las descripciones de Kalish y Montague es heredera de las concepciones de Frege respecto de las descripciones¹⁵. Aunque, por lo que se refiere a las descripciones impropias, el tratamiento de Kalish y Montague difiere del que ahora presentamos como de Frege.

La primera presentación, a lo largo de toda la historia, de una lógica de las descripciones se encuentra en la obra de Frege *Grundgesetze der Arithmetik*. Allí define Frege la función correspondiente a las descripciones -que siguiendo el simbolismo actual expresamos con t -, estableciendo que una expresión de la forma $t_x \alpha$, si hay un objeto a y sólo uno para el que se verifica $\alpha (a / x)$, es el mismo objeto a ; y si ese no es el caso, es decir, si no hay ningún objeto a tal que $\alpha (a / x)$ o hay más de un objeto a que verifique α , entonces $t_x \alpha$ es la clase de los objetos que cumplen α ¹⁶, es decir, que pertenecen al conjunto de los x tales que α .

Luego, la lógica de las descripciones queda fijada mediante el axioma VI de *Grundgesetze*, que transcribimos como $x = t_y (x = y)$.

A partir de éste y de los axiomas III y V, Frege establece el teorema que podemos expresar con la fórmula $\forall x (\alpha \leftrightarrow x = y) \rightarrow y = t_x \alpha$ ¹⁷, y que es justamente el axioma que Kalish y Montague asumen para las descripciones propias en el sistema axiomático¹⁸.

14. DI es la regla para las descripciones impropias del citado manual. En *Logic, Technics of Formal Reasoning* de Kalish y Montague, Harcourt, Brace & World, Inc., New York, 1964, la regla para las descripciones impropias, llamémosla ID, tiene como consecuente la fórmula $t_x \alpha = t_z \neg z = z$. (Vide op.cit., pag. 243). Sin embargo, como Kalish y Montague demuestran, en su cálculo se puede probar también la validez de DI. Por otra parte, y de modo semejante, a partir del cálculo del manual de referencia con DI se puede probar la validez de ID

15. Así, al menos lo reconocen Kalish y Montague, en *Logic. Techniques of formal Reasoning*, pag.244. Con ello se refieren al segundo de los métodos de tratamiento de las descripciones que Carnap atribuye a Frege en *Meaning and Necessity*, Second Edition, The University of Chicago Press, Chicago, pag. 35.

16. Cfr. op.cit., § 11, Georg Olms verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962, pag. 19.

17. Cfr. op.cit. §52, pag.69.

18. Cfr. Kalish and Montague, *Remarks on descriptions and natural deduction*, en «Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung», vol. 3, 1957.

A partir de este axioma, así como de los restantes y de las reglas del sistema, se puede probar $\exists x \forall y (\alpha \leftrightarrow x = y) \rightarrow \alpha (t x \alpha/x)$, cuyo antecedente es también el antecedente, y su consecuente, el consecuente, en la regla DP para las descripciones propias¹⁹. Obviamente, el antecedente $\exists x \forall y (\alpha \leftrightarrow x = y)$ equivale a la conjunción de las fórmulas que formalizan respectivamente la existencia o no vacuidad del predicado al que corresponde α , es decir $\exists x \alpha$, y la unicidad -o no pluralidad- del mismo predicado, es decir, $\forall x \forall y (\alpha \wedge \alpha(y/x) \rightarrow x = y)$.

Para las descripciones impropias, Frege solamente establece la aludida convención: si no existe ningún x tal que α vale de x o hay más de uno, entonces $t x \alpha$ designará el conjunto de todos los objetos que cumplen α . Según Carnap, quien en *Meaning and Necessity* efectúa un buen resumen de las diversas teorías o lógicas de las descripciones, este tratamiento de las descripciones impropias no es el único que se encuentra en Frege. Así afirma que se debe también a Frege el método que consiste en seleccionar de una vez por todas una entidad u objeto que será tomado como valor o designatum de todas las descripciones impropias²⁰; tratamiento que siguen Kalish y Montague y al que corresponde la regla DI.

En la primera gran obra de lógica posterior a *Grundgesetze*, es decir, en *Principia Mathematica* de Whitehead y Russell, el tratamiento lógico de las descripciones es diferente. Según resume Carnap²¹ para Russell las condiciones de existencia y de unicidad no sólo son necesarias para poder afirmar que el predicado de la descripción se predica del objeto descrito, sino que además están afirmadas implícitamente en todo enunciado en el que cualquier descripción, propia o impropia, ocurra. Así, un enunciado de la forma «el x tal que A vale de x es B », ha de ser entendido como equivalente a «Hay un objeto x y sólo uno tal que A vale de x y B vale también de x » y, por tanto, en un lenguaje formal o meramente simbólico, la fórmula $\beta (t x \alpha/y)$ ha de ser semánticamente equivalente a la fórmula $\exists y (\forall x (\alpha \leftrightarrow x = y) \wedge \beta)$ ²². Esta manera de entender las oraciones en las que ocurren descripciones da lugar a que se produzcan obvias ambigüedades. En efecto, cuando nos encontramos con expresiones de la forma «no es cierto que el x tal que A vale de x sea B », no sabemos si hay que entender que «no es verdad que haya un objeto x y sólo uno tal que A vale de x y de ese objeto valga también B » o más bien que «Hay un objeto x y sólo uno tal que A vale de x y de ese objeto no vale B »; por lo que Russell y Whitehead se ven obligados a establecer convenciones notacionales para entender una cosa u otra respecto de tales enunciados.

19. La regla DP aparece ya en *Logic, Techniques of formal reasoning*.

20. Cfr. *Meaning and Necessity*, pag 36.

21. *Op.cit.* pag. 34 y 35.

22. Cfr. *Meaning and Necessity*, pag. 34 y 35. Esto se encuentra expuesto en el cap. III de la introducción de *Principia Mathematica* y en el parágrafo 14 de la parte I de esta obra.

Las razones por las que Russell adopta esta teoría, se encuentran en «On denoting»²³, trabajo que constituye el punto de partida de lo que se conoce como «Teoría de las descripciones» y en donde se lleva a sus últimas consecuencias la consideración de que el artículo determinado singular comporta la significación de existencia y de unicidad, hasta el punto de concluir que la solución de Frege para las descripciones impropias es puramente convencional. A este respecto, comentando la teoría de Frege, dice «que ‘el rey actual de Francia’ denotará la clase vacía, y que ‘el único hijo del señor Tal y Tal’, que tiene una esplendida prole de diez hijos, denotará la clase de todos sus hijos, etc.»²⁴ En consecuencia, según Russell, expresiones como «el actual rey de Francia es calvo» en las que el sujeto sea una descripción impropia serán simplemente enunciados falsos²⁵; pues, dado que usan el artículo determinado singular, afirman por ello la existencia y unicidad del sujeto. Concretamente, «el actual rey de Francia es calvo» será equivalente al enunciado, evidentemente falso, «hay actualmente un rey y sólo uno en Francia y es calvo».

Por lo que a nosotros respecta, y en orden a los cálculos lógicos, lo verdaderamente interesante en la teoría de Russell acerca de las descripciones es justamente su negativa a definir las lógicamente y la consecuente decisión de tratar solamente sus usos²⁶, pues ello conduce inmediatamente a la consideración de la eliminabilidad de las mismas.

Esta conclusión se encuentra ya explícita en *Grundlagen der Mathematik* de Hilbert y Bernays²⁷, editado en 1934, y también en *Elementos de Lógica Teórica*, de Hilbert y Ackermann, cuya primera edición es de 1928, y que es el primer manual de Lógica de primer orden.

En este último tratado, el tema del descriptor, las descripciones y su lógica, no aparece más que como un apéndice al final del capítulo correspondiente al cálculo restringido de predicados, o cálculo de predicados de primer orden con identidad. El símbolo t y, en general, las descripciones, son introducidas como procedimientos para imitar los recursos del lenguaje natural en el que podemos nombrar objetos, siempre que éstos existan efectivamente y sean únicos, mediante las propiedades que los describen. Pero, al hacerlo así, lo que propugnan Hilbert y Ackermann es que, dada una teoría

23. En *Lógica y Conocimiento*, pags. 53-74.

24. Cfr. «Sobre la Denotación», en *Lógica y Conocimiento*, pag. 62. En realidad, la interpretación que hace Russell de la teoría de Frege no es del todo correcta. «el actual rey de Francia» designará efectivamente la clase vacía, pero «el único hijo del Señor Tal», que realmente tiene diez hijos, no designará la clase de todos sus hijos, sino también la clase vacía, lo que no sería el caso si en la descripción no se hubiera incluido la palabra «único».

25. Como por otro lado también sería para Frege, pues la oración «el actual rey de Francia es calvo» sería equivalente a «la clase vacía es calva», a menos que Frege considerara, lo que no parece ser el caso, que expresiones como ésta fueran sintácticamente carentes de sentido y, en cuanto tales, ni verdaderas ni falsas.

26. Cfr. *Principia Mathematica*, vol I, pag. 30 y también pags. 67 y 173.

27. Cfr. *Carnap, op.cit.*, pag. 35.

cualquiera \top , el lenguaje de la teoría pueda extenderse a posteriori, añadiendo todos los términos de la forma $\iota x \alpha$ tales que $\top \vdash \exists x (\forall z \alpha (z/x) \leftrightarrow z = x)$, y que, paralelamente, el conjunto de los axiomas de la misma pueda enriquecerse añadiendo como tales todas las fórmulas de la forma $\alpha (\iota x \alpha/x)$ para las que $\top \vdash \exists x (\forall z \alpha (z/x) \leftrightarrow z = x)$ ²⁸, como anteriormente.

Carnap, en el pasaje citado de *Meaning and Necessity*, contrapone la lógica de las descripciones de Hilbert -la que acabamos de referir- a la de Russell; pero en realidad, si nos referimos a la lógica de las descripciones de *Principia Mathematica*, la única diferencia que hay entre ésta y la de Hilbert -Ackermann estriba en que estos últimos se refieren a un lenguaje formal, mientras que Whitehead y Russell se refieren al lenguaje simbólico o simbolización del lenguaje natural. Así, si expresiones de la forma «el tal y cual» existen o son posibles en el lenguaje natural, aun cuando no haya ningún objeto o haya más de uno con las propiedades «tal y cual», esas expresiones pueden ser analizadas previamente a su tratamiento simbólico y ser rechazadas, como hacen Russell y Whitehead. En el lenguaje formal, el tratamiento exactamente correspondiente es el de Hilbert y Ackermann, que sólo introducen los términos descriptivos y los principios correspondientes, una vez que se verifican las condiciones de existencia y unicidad. Carnap dice que en comparación con el método de Hilbert, el de Russell tiene la ventaja de que todas las expresiones bien formadas de la forma $\beta (\iota x \alpha/y)$, en las que aparecen términos descriptivos, son consideradas auténticas proposiciones, aunque la descripción $\iota x \alpha$ no goce de las características de existencia y de unicidad. Sin embargo, eso sólo es así, en Russell, cuando analiza el fenómeno de los enunciados del lenguaje con descripciones impropias, como es el caso citado de «el actual rey de Francia es calvo», pero no cuando, como en *Principia Mathematica*, se refiere al tratamiento simbólico de las descripciones en el lenguaje lógico y matemático. Por eso, y sólo por eso, en el capítulo III de la introducción de esta última obra afirma que «no debemos intentar definir $\iota x \phi x$, sino que debemos definir los usos de este símbolo, es decir, las proposiciones en cuya expresión simbólica interviene»²⁹.

En cuanto a la necesidad o no de una lógica de las descripciones, Hilbert y Ackermann ya afirman expresamente que las descripciones, lo mismo que los términos con signos de función, si bien son especialmente ventajosos en matemáticas, ya que de esta manera las fórmulas se hacen más cortas y expresivas³⁰, son, sin embargo, eliminables. Así, según notan a propósito del ejemplo relativo a la teoría de grupos, con la introducción de ι o de los símbolos de función, no se expresan relaciones lógicas

28. Cfr. *Elementos de lógica teórica*, traducción de la 4 edición de Victor Sánchez de Zavala, Editorial Tecnos, Madrid, 1962, pags 150 y siguientes.

29. Cfr. Op.cit. vol. I, pag. 67. Hemos seguido la traducción española en *Principia Mathematica*, traducción de J.Manuel Rodríguez Domínguez, Ed. Paraninfo, Madrid, 1981, pa

30. Cfr. op.cit., pag. 153.

fundamentalmente nuevas³¹, puesto que todos los teoremas que es posible transcribir con ayuda de los nuevos símbolos pueden asimismo expresarse sin ellos; por lo que tanto $\$$ como los símbolos de función son eliminables³². En definitiva, esto quiere decir que la adición de los postulados para las descripciones no constituyen estrictamente hablando una lógica; no añaden, a diferencia de lo que sucede con la lógica de la identidad, nuevos procesos inferenciales que no estén de alguna manera en la lógica de primer orden con identidad y sin descripciones, sino que solamente constituyen el aparato calculístico correspondiente a las abreviaturas que suponen el uso del descriptor. En definitiva, que si es posible probar algo usando el descriptor y las reglas de las descripciones, es posible probar lo mismo sin el descriptor ni las correspondientes reglas; de donde difícilmente podremos afirmar que el conocimiento de la lógica de las descripciones arroje alguna luz acerca de la validez o no de ninguna argumentación.

A partir de *Elementos de Lógica Teórica*, en las presentaciones de cálculos de predicados de primer orden con identidad, o simplemente no se incluye la lógica de las descripciones o se reproduce el segundo de los tratamientos que Carnap atribuye a Frege; a saber, se permite la formación de descripciones o términos de la forma $\iota x \alpha$, cualquiera que sea la fórmula α , se añade un axioma o regla para las descripciones propias, y se adiciona un postulado, como la regla DI de Kalish y Montague, para las descripciones impropias. Paralelamente, en semántica, se elige en el universo de cada interpretación, y una vez por todas, un elemento neutro que ha de ser tomado como designatum de todas las descripciones impropias. Este tratamiento, creemos que, con toda justicia, debe más bien ser considerado del propio Carnap; ya que la referencia de éste para probar la autoría de Frege, no parece demasiado concluyente. Carnap se limita a mencionar un pasaje de *Sinn und Bedeutung* en donde aquél, refiriéndose a la imperfección del lenguaje que permite la aparición de expresiones de la forma «el tal y cual» sin que se verifique la doble condición de existencia y unicidad, dice que de esta imperfección «tampoco está libre el lenguaje simbólico del análisis matemático; también en él -añade- pueden aparecer combinaciones de signos que despierten la apariencia de que denotan algo pero que por lo menos hasta hoy no tienen designación; por ejemplo, series infinitas divergentes. Se puede evitar esto -concluye- v.g., con la estipulación especial de que series infinitas divergentes deben significar el número

31. *Cfr. ibid.*, pag. 155.

32. En *Elementos de Lógica Teórica*, pag. 155, acerca del procedimiento para la eliminabilidad de ι , de los símbolos de función y de símbolos constantes individuales, se dice: «en caso de tratarse de un proceso deductivo en el que aparecieran los símbolos mencionados, sería necesario en primer término coordinar unívocamente a cada fórmula del proceso una fórmula libre de tales símbolos (esta fórmula coordinada sería la misma fórmula original en el caso de que en ella no apareciera ninguno de estos símbolos); además habría que mostrar que la articulación demostrada se conservaba, es decir, que cada fórmula transformada en el proceso deductivo era deducible de los axiomas».

Para una demostración de la eliminabilidad de ι , la obra citada remite a *Grundlagen der Mathematik*, § 8.

0³³. El resto del párrafo citado insiste en la necesidad de arbitrar la manera de atribuir, en el lenguaje simbólico referencias a las expresiones gramaticalmente correctas a partir de los signos introducidos que, como es el caso de las descripciones impropias, carecen de suyo de ella³⁴. Pero esto vale también para la solución de *Grundgesetze*.

La convicción de la eliminabilidad de las descripciones, al mismo tiempo que la victoria, al menos en los formalismos, del tratamiento de Carnap de éstas, están ya presentes en el primer gran manual de Lógica posterior a *Elementos de Lógica Teórica*. Se trata de *Introduction to Mathematical Logic* de Alonso Church, editado en 1956. En la introducción de esta obra, en donde Church hace una especie de análisis y enumeración de los símbolos, incluye entre los que llama «símbolos impropios», y de los que dice que corresponden a los sincategoremáticos de la escolástica y de la pre-escolástica³⁵, al descriptor t . En seguida, tras explicar su uso para la formalización de las descripciones del lenguaje natural, arbitra el mismo procedimiento que Carnap atribuye a Frege y que usan después Kalish y Montague para dar valores arbitrarios a las descripciones impropias del lenguaje formal³⁶. Pero, y esto resulta especialmente significativo, después de eso, salvo en una nota en relación a un ejercicio³⁷, Church no se refiere más a las descripciones; ni cuando define el conjunto de las fórmulas bien formadas, ni cuando establece los axiomas y reglas de los diferentes cálculos de predicados de primer orden que presenta; dando fe, de esta manera, de la superfluidad y eliminabilidad de las descripciones.

3.- FORMALIZACIÓN SIN DESCRIPCIONES DEL ARGUMENTO ONTOLÓGICO

Pero si las descripciones son eliminables, las reglas y axiomas de las descripciones pueden ser omitidas de todo cálculo de primer orden con identidad, sin que por ello se pueda decir que el cálculo en cuestión no sea capaz de dar razón de la validez o invalidez de determinadas argumentaciones. Pero, sin descripciones, ¿cómo podremos formalizar el argumento ontológico de S. Aselmo?

Está claro que la regla DP de las descripciones propias, sobre la que no existen discrepancias, y que restringe la conclusión $\alpha (tx \alpha/x)$ a los casos en que se verifique $\exists x \forall x (\alpha(z/x) \leftrightarrow z = x)$, sirve para dos objetivos: por una parte, permite definir o nombrar objetos; por otra, y al mismo tiempo, atribuye a los objetos así nombrados el predicado de la descripción.

33. Cfr. Op.cit., en G. Frege, *Escritos lógico-semánticos*, trad. española de Carlos R. Luis y Carlos Pereda, pag. 43. Los traductores han traducido legítimamente, pero contrariamente a su uso, *Bedeutung* por «significado». Para evitar la confusión de «significado» con «sentido» y atender al sentido que Frege da a la palabra «Bedeutung», hablamos de «referencia», «designación» o «denotación», en vez de «significación».

34. *ibid*

35. Cfr. *op.cit.*, Princeton University Press, Princeton, 1956, pag.32.

36. Cfr. *ibid.*, pag. 41.

37. Cfr. *ibid.*, pag. 335, nota 546.

En cuanto a la regla de las descripciones impropias, su única finalidad es la de asignar algún valor a las expresiones descriptivas impropias que aparecen, en virtud de la definición del conjunto de los términos, en los lenguajes formales con descriptores.

En un lenguaje sin descripciones no necesitaremos obviamente de ningún equivalente a la regla de las descripciones impropias, pero alguno o algunos de los postulados del cálculo deberán corresponder al postulado de las descripciones propias, dando razón de las inferencias para las que es introducido.

Cuáles puedan ser tales postulados es algo que trataremos de determinar a través del estudio de las posibles formalizaciones del argumento de S. Anselmo en un lenguaje formal sin descriptores.

Está claro que, si el autor del manual ha procedido correctamente al formalizar el argumento, nos será imposible probar la existencia de Dios, aun tratando a la existencia como un predicado; y, puesto que, por otra parte, la lógica de las descripciones es eliminable, encontraremos al menos una formalización en el que estén representadas todas y cada una de las premisas.

Si seguimos el tratamiento de las descripciones de Elementos de Lógica teórica, podríamos formalizar los enunciados A_2 , A_3 y A_4 justamente mediante las fórmulas α_2 , α_3 y α_4 respectivamente, y puesto que $\exists x \leftarrow \forall x (\neg \exists y (Py \wedge Myx) \leftrightarrow z = x)$ no se deduce, de $\{\alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$, de estas premisas no sólo no podremos inferir α_5 , sino que ni siquiera nos será posible introducir la descripción que aparece en α_1 . Claro que se podrá objetar válidamente que habremos omitido la premisa que corresponde a la formalización de A_1 . En efecto, si insistimos en formalizar la expresión «el ser mayor que el cual nada puede ser pensado» como una descripción, el tratamiento de Helbert y Ackermann, así como cualquier otro en el que sean eliminables las descripciones, no nos permitiría formalizar todas las premisas del argumento.

Intentaremos pues otros modos de formalización, teniendo en cuenta que, al menos según pretende S. Anselmo, el enunciado A_1 , a saber, «Dios es el ser mayor que el cual nada puede ser pensado» resulta indispensable para el argumento y, en consecuencia, no debe ser simplemente eliminado. Puesto que d , es decir, el representante formal de la palabra «Dios» ocurre en otra de las premisas y en la conclusión, un intento de reconstrucción de la formalización del argumento podría ser substituyendo α_1 por la fórmula $\neg \exists y (Py \wedge Myx)$, a la que llamaremos β_1 , y que formaliza propiamente al enunciado «no hay ningún ser que pueda ser pensado y sea mayor que Dios», que llamamos B_1 . Entre B_1 y A_1 no parece, a primera vista, que haya diferencias apreciables desde el punto de vista del análisis lógico, aunque sean obviamente diferentes sus presuntas y respectivas formalizaciones; y sin embargo, efectuada esta substitución la conclusión Ed se sigue de β_1 y de las restantes premisas; es decir, como el lector puede fácilmente comprobar, $\{\beta_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\} \vdash \alpha_5$ en lógica de primer orden.

Se podrá argüir que, a pesar de la aparente semejanza, B_1 es distinto de A_1 y que por tanto β_1 no puede substituir a α_1 en la formalización del argumento. La fórmula α_1 es una

fórmula de identidad, lo que no es el caso de β_1 . Pero β_1 es equivalente a «*Dios es un ser mayor que el cual nada se puede pensar*», que se formaliza mediante la fórmula γ_1 tal que γ_1 es $\exists x(d = x \wedge \neg \exists y (Py \wedge Myx))$ y β_1 y γ_1 son equivalentes tanto semánticamente como en el cálculo. Así, se tiene efectivamente que $\{\gamma_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\} \vdash \alpha_5$, esta vez en lógica de primer orden con identidad.

En «*Dios es un ser mayor que el cual nada se puede pensar*», el artículo determinado de A_1 ha sido simplemente sustituido por el artículo indeterminado y lo que era una descripción definida «*el ser mayor que el cual nada se puede pensar*», es ahora lo que se denomina «una descripción indefinida»; esto es, la expresión «*un ser mayor que el cual nada se puede pensar*».

Cada una de las dos condiciones -la de no vacuidad o existencia y la de unicidad- que la regla de las descripciones (definidas) propias establece para poder concluir que al objeto descrito se le atribuye el predicado de la descripción, se ordena a uno de los dos objetivos de la regla: la de unicidad permite establecer el nombre del objeto; la de existencia, atribuir el predicado de la descripción a lo descrito. En el caso de una expresión con «*un*» en vez de con «*el*», es decir, en el caso de una descripción indefinida, si hubiéramos de establecer una regla para tales descripciones, la condición de unicidad no tendría por qué ser exigida; aunque en contrapartida no podría tomarse la descripción exactamente como nombre de un objeto; pero la condición de existencia o no vacuidad habría de ser tenida en cuenta para que, respecto de cada objeto que pudiera indeterminadamente designarse con tal descripción, se predicara el predicado de la descripción indefinida misma; el «*tal y cual*» de «*un tal y cual*». Naturalmente, y precisamente porque las descripciones indefinidas designan indeterminadamente, no resulta ni siquiera conveniente introducir en el lenguaje formal algún símbolo para «*un*» ni reglas para tales descripciones³⁸. Sin embargo, obviamente, los procesos inferenciales expresados en el lenguaje natural y en el que ocurren descripciones indefinidas son perfectamente formalizables en la lógica de primer orden.

La versión del argumento ontológico con «*Dios es un ser mayor que el cual nada puede ser pensado*» en vez de con «*Dios es el ser mayor que el cual nada puede ser pensado*», y por consiguiente, la formalización del argumento con γ_1 , en vez de α_1 , no sólo no es en absoluto forzada sino que se puede afirmar que reproduce más fielmente el original de S. Anselmo, pues el primero de los enunciados traduce mejor el latino «*Deus est aliquid quo maius cogitari non potest*» que el segundo.

38. En Grundlagen der Mathematik, Hilbert y Bernays introdujeron una manera de expresar las descripciones indefinidas. En ellas, el *un* es representado con η y la única condición para poder afirmar que «*un tal y tal es tal y tal*» es la de existencia o no vacuidad del predicado *tal y tal*, por lo que ha de valer $\vdash \exists x \alpha \rightarrow \alpha (\eta x \alpha x)$. (Cfr. David Hilbert, *Ricerche sui fondamenti della Matematica*, pag. 410.). Sin embargo, allí mismo reconocen que el símbolo η puede ser totalmente eliminado y que su único interés es como medio para la introducción del símbolo ε o función de elección (Cfr. *ibid.*, pag. 412)

4.- DESCRIPCIONES Y DEFINICIONES

Sin embargo, todavía se puede objetar que de esa manera desaparece la función que representa en el argumento lo que, si no es una descripción definida del objeto Dios, es al menos una definición del concepto correspondiente. En efecto, tradicionalmente se entiende que, legítimamente o no, lo que el argumento ontológico pretende es partir de la mera idea de Dios, y por tanto de la simple definición de la divinidad, no de alguna afirmación positiva, y probar a partir de ahí su existencia. Pero incluso cuando sustituimos en A_1 «el» por «un» y aun formalizando A_1 mediante γ_1 en vez de con α_1 , está claro que no partimos de una mera definición sino de una afirmación relativa a los hechos: β_1 , que como hemos dicho es equivalente a γ_1 , simplemente afirma, cuando interpretada en los términos para las que sus letras predicativas y su constante d son introducidas, que nada pensable es mayor que Dios, con lo que, como ya se pone claramente de manifiesto en γ_1 , lo que hace es establecer una afirmación relativamente a un objeto d dado, sin ninguna prueba previa de la misma. A esta versión del argumento ontológico correspondería más la crítica tradicional de la propia escolástica que la de Kant y de Frege; pues nada nos autoriza a afirmar sin más que haya efectivamente un objeto al que llamamos «Dios» y que nada de lo que pueda ser pensado sea mayor que él, que es exactamente lo que dice γ_1 , cuando es interpretado de la manera señalada³⁹.

El método del argumento consiste simplemente en definir un concepto y, a partir de la definición, concluir la existencia de lo simplemente definido. Estrictamente hablando, no se puede decir que la formalización con β_1 o γ_1 , siga este método, aunque lo mismo se podría afirmar de la formalización con α_1 . Se puede argüir que en A_1 se ha intentado solamente tratar a «Dios» como un nombre propio, de la misma manera que a «Aquiles» y a «Pegaso», pero que ello no tiene por qué implicar que se le considere como objeto en el sentido de Frege y de Russell. Pero; y ése es uno de los problemas planteados en la formalización mediante α_1 , y no sólo con β_1 ; una vez que nos permitimos formalizar «Dios» mediante d , ya estamos admitiendo que un cierto objeto, al que nombramos «Dios», existe; ya que $\exists x (x = d)$ es un teorema de la lógica de la identidad. Si α_1 no se sigue lógicamente del conjunto $\{\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \alpha_4\}$ es solamente porque no se establece entre las premisas la condición de unicidad del objeto descrito en α_1 , pero esta inconsecuencia resulta tanto más insignificante cuanto que la condición realmente relevante para el argumento, es decir, la condición de existencia, queda establecida una vez que el objeto es nombrado como tal objeto. Sin embargo, si sustituimos α_1 por γ_1 , o

39. En *Summa Theologica*, 1, q. 2, a.1, ad 2, dice Tomás de Aquino: «Dado que alguien entienda que el nombre Dios signifique lo que dice el argumento, o sea, aquello mayor que lo cual nada puede ser pensado; no se sigue de ahí, sin embargo, que entienda que lo significado por ese nombre exista en la realidad, sino sólo en la manera de ser entendido. Y no puede argüirse que exista en la realidad, a menos que previamente se admita que se dé en la realidad algo mayor que lo cual nada pueda ser pensado: lo cual no es aceptado por los que consideran que Dios no existe.»

sea, «*el*» por «*un*» en la descripción de dicho objeto, ya no habrá ninguna razón para la exigencia de unicidad y el argumento será plenamente concluyente.

Pero, volviendo a lo que importa, ni en la formalización con α_1 , ni en las que esta fórmula es sustituida por β_1 o por γ_1 , se está siguiendo el método propio de la argumentación de S. Anselmo, pues A_1 no ha sido considerado una definición en sentido estricto, sino una identidad, uno de cuyos términos es una descripción. Las definiciones son ciertas identidades, o equivalencias, en las que uno de sus miembros es gramaticalmente un nombre común, el *definiendum*, y el otro un predicado generalmente compuesto, el *definiens*. En ese sentido, cuando las descripciones, y esto vale especialmente para las *definidas*, aparecen constituyendo uno de los miembros de una identidad, siendo el otro gramaticalmente un nombre propio, se asemejan a las definiciones. Para acentuar formalmente esta semejanza, llamemos *descripción* -siempre en *italico* para distinguirlo de su acepción habitual-, no a las expresiones de la forma «*el tal y cual*», sino a las identidades de la forma «*a es el tal y cual*», en donde *a* es gramaticalmente un nombre propio; llamemos también *descriptum* al nombre propio que aparece en la descripción; y designemos con la palabra *describens* a la descripción propiamente dicha; es decir, a la expresión de la forma «*el tal y cual*». Aun entonces, entre las definiciones y las descripciones, hay una gran diferencia. Las definiciones nada dicen de los objetos que puedan o no caer bajo el *definiendum*, nada dicen acerca de las propiedades lógicas del predicado *definiendum*, del que se afirma sólo que es el mismo que el del *definiens*; pero las descripciones, por el hecho mismo de darse, necesariamente afirman la existencia del *descriptum* -no aseguran, en cambio, si no se verifican las condiciones de existencia y unicidad, que al *descriptum* correspondan las propiedades del *describens*-, pues expresamos la existencia o no vacuidad con la cuantificación existencial.

Para que en la formalización del argumento ontológico de S. Anselmo se siga el método que genuinamente le corresponde y que escapa propiamente a las objeciones escolásticas -lo que no sucede si consideramos que una de sus premisas es una descripción del *descriptum* «Dios»-, pero no a la objeción de Kant y de Frege, es necesario que A_1 se considere estrictamente como una definición y no como una descripción. De esta manera, Dios es tomado como un nombre común, o un concepto-predicado, como prefiere decir Frege, y en ningún momento de la argumentación se está asumiendo que haya efectivamente algún objeto que sea Dios, lo que equivaldría a asumir como dado lo que se quiere probar. Considerado como definición, A_1 puede ser formalizado mediante $Dx =_{df} Px \wedge \neg \exists y (Py \wedge Myx)$, de donde, puesto que en ese caso vale $Dx \leftrightarrow Px \wedge \neg \exists y (Py \wedge Myx)$, valdrá también su clausura, $\forall x (Dx \leftrightarrow Px \wedge \neg \exists y (Py \wedge Myx))$, que es la fórmula que formaliza el enunciado «*algo es Dios si y sólo si es pensable y nada pensable es mayor que él*» y que corresponde perfectamente a la expresión latina «*Deus est aliquid quo maius cogitari non potest*». Sustituyendo esta fórmula por la más simple $\forall x (Dx \rightarrow Pd \wedge \forall y (Py \rightarrow Myx))$, que se sigue semántica y sintácticamente de ella, y a la que llamamos δ_1 y reemplazando también la fórmula α_1 por $\forall x (Dx \rightarrow Ex)$, a la que llamamos β_1 y que formaliza el enunciado «*Los dioses existen*»,

que equivale a «*Dios existe*»; si tomamos la palabra «Dios» no como un nombre propio o una descripción sino como un nombre común, y eliminamos la premisa α_2 , que además resulta ahora innecesaria, se tiene que efectivamente $\{\delta_2, \alpha_3, \alpha_4\} \vdash \beta_5$ en la lógica de primer orden, como el lector puede fácilmente verificar⁴⁰.

5.- LOS USOS DE «EL» Y «LA»

Lo que estamos en definitiva afirmando al tratar al argumento ontológico de esta manera, en vez de la original del autor del manual de referencia, es que el proceso propiamente inferencial (es decir, no el que permite introducir nombres de objetos o nombres propios en el sentido de Frege) que se da en las aplicaciones correctas del postulado para las descripciones propias descansa en la validez de un principio más general que consiste en la cuantificación universal, para toda variable individual x , del principio de identidad proposicional; es decir en la validez de toda fórmula de la forma $\forall x (\alpha \rightarrow \alpha)$.

El error que conduce a formalizar el argumento ontológico con una descripción en vez de con una definición; y en definitiva a contradecir la tesis de Kant y del propio Frege acerca de la razón de ser de la invalidez del argumento; es consecuencia de la convicción, seguramente legítima, de que el uso propio del artículo determinado singular es el que se verifica en las descripciones propias y que por tanto las expresiones con «el» son descripciones. El mal está en la exageración de esta convicción en el sentido de considerar que no hay en el lenguaje otros usos también legítimos del «el», y que por consiguiente toda expresión de la forma «el tal y cual» tenga necesariamente que ser tratada como una descripción propia o como una expresión absurda o sin sentido.

Que esto no es así, se prueba fácilmente aduciendo contraejemplos como los ya citados. Hablamos de «el bipedo implume» para referirnos al hombre e incluso de «el hombre», como acabamos de hacer ahora mismo. Hablamos de «el animal racional» y decimos de esta expresión que es la definición de «hombre» o de «el hombre». Nos referimos a la ballena cuando hablamos de «el más grande de los mamíferos» y sin embargo no es cierto que haya sólo un hombre, sólo un individuo animal racional, y, por fortuna, todavía no, que exista una sola ballena.

No obstante, podemos aún continuar manteniendo con Frege y Russell que el uso

40. Naturalmente, «Los dioses existen» no querrá decir otra cosa que «los seres mayores que los cuales nada se puede pensar existen». Por eso, desde el punto de vista de la lógica actual, aun se podrá argüir que en ningún momento se ha probado que el concepto-predicado «Dios» no sea un concepto vacío. Pero esta crítica introduce ya sus raíces en el hecho de que, si se puede discutir acerca de si la existencia es o no un predicado de objetos, indiscutiblemente es al menos un predicado lógico ya que afirma la no vacuidad del concepto al que se atribuye. La admisión de la tesis de que la existencia es efectivamente un predicado de objetos tiene que llevar aparejada la aceptación, como postulados, de todas las fórmulas de la forma $\forall x (\alpha \rightarrow Ex) \rightarrow \exists x \alpha$. Para el caso del concepto Dios, esto supone la aceptación como principio del enunciado «Si los dioses existen, el predicado Dios no es vacío» que se formaliza mediante la fórmula $\forall x (Dx \rightarrow Ex) \rightarrow \exists x Dx$.

propio o genuino del artículo determinado singular es el de las descripciones, aunque no debe terminar ahí el análisis de las partículas «el» y «la». Podemos entender, en favor de las tesis de Frege, que lo que hacemos al hablar de «el hombre», «la ballena», etc. es tratar a los conceptos-predicados o nombres comunes, a la manera de los nombres propios, es decir, como si se tratara de objetos en lugar de conceptos. Paralelamente, en la expresión «el animal racional» lo que hacemos es tratar la definición, el *definiens*, «animal racional» como una descripción, un *describens*. Y lo hacemos así, no sólo por la manera de pensar implícita en nuestras lenguas indoeuropeas, que nos conduce a considerar a los conceptos como esencias o sustancias, y, por tanto, como objetos en el sentido de Frege, sino también por la evidente analogía entre la manera de definir y la manera de describir. Cuando describimos, vamos predicando sucesivamente hasta que la intersección de los conjuntos que constituyen las extensiones de los concepto-predicados que intervienen en la descripción o *describens* es un conjunto unitario, una clase en la que hay un y sólo un elemento u objeto. Cuando definimos, como por ejemplo en el caso de la definición de «hombre» como animal racional, procedemos de manera semejante dando en primer lugar el concepto correspondiente al género y después el de la diferencia; y en el caso de la pseudo-definición «bipedo implume» procedemos de modo aun más semejante al de las descripciones. Acentuando aún más la semejanza entre las definiciones y las descripciones, lo que hacemos en las primeras es referir una especie y sólo una; y así, cuando anteponeamos las partículas «el» o «la» al *definiens*, tratamos a la especie definida como un objeto del mundo de las especies, como un elemento del mundo de Platon.

A lo que sí pensamos que conducen estas reflexiones es a considerar que en relación a la referencia de los objetos mediante el lenguaje⁴¹, la que se da con los usos propios del artículo determinado singular, no es la manera primera u original de referir. Los nombres propios, en el sentido de Frege, esto es, las descripciones definidas, no son las entidades lingüísticas propia y primeramente referenciales⁴². Si las descripciones definidas propias refieren objetos, su referencialidad no es más que el producto de las referencialidades de cada uno de los concepto-predicados que intervienen en su descripción. La referencia de

41. Cuando hablamos de «referencia de objetos mediante el lenguaje» excluimos las que se verifican mediante los deícticos. El uso de los deícticos no da lugar a referencias propiamente lingüísticas. Lo que con ellos pretende el hablante es desviar la atención del interlocutor desde el lenguaje hacia el gesto indicativo, en donde propiamente descansa en ese caso la referencialidad. Lo propio del lenguaje es referir significando, es decir mediante significaciones o sentidos, y esto, claro está no es lo que se verifica en el uso de los deícticos.

42. Es cierto que en «Sentido y referencia», Frege solamente estudia la referencia de los nombres propios, es decir, de las descripciones, y de los enunciados. Pero entendemos que esto es así porque es en la referencialidad de estas dos especies de entidades lingüísticas en donde Frege considera que su pensamiento no coincide simplemente con el tradicional. Pero, como en el escrito «Aclaraciones sobre sentido y significado» se pone de manifiesto, para Frege también las palabras-conceptos tienen sentido y referencia como dos cosas distintas. Según Frege, las palabras-conceptos designan los conceptos mismos, no los conceptos entendidos como entidades psicológicas, sino, como se expresa claramente en «Sobre concepto y objeto» (Cfr. *Ibid.*, pag. 60), los conceptos entendidos como entidades lógicas. En este aspecto, el pensamiento

la descripción, de «el tal y cual» viene dada más por el «tal y cual» de «el tal y cual» que por el «el» mismo. El «el» sólo sirve para dar por terminada la descripción, para asegurar evidentemente sin afirmarlo como pretende Russell pero sí sugiriéndolo -de la misma manera que «pero», por ejemplo, es lógicamente la conjunción pero sugiere aparente contradicción o dificultad-, que el conjunto de predicados «tal y cual» es suficiente para designar un objeto y sólo uno. Por eso, si en una conversación hablamos de «el hijo de Fulano», cuando sabemos que Fulano tiene más de un hijo, no siempre será cierto, e incluso no lo será generalmente, que, como Russell dice, hubiéramos hecho mejor hablando de «un hijo de Fulano»; sino que, por el contexto de la conversación, se entenderá que con «el hijo de Fulano» nos referimos al único de los hijos de Fulano cuya intervención en el tema de la conversación tiene relevancia o que ya ha sido aludido anteriormente. Pero, de la misma manera, si usamos el artículo determinado singular anteponiéndolo a un *definiens* o incluso a un simple concepto-predicado, como cuando hablamos de «el animal racional», «el más grande de los mamíferos» o «el león», lo único que hacemos con el artículo «el» es referir una especie determinada, dentro del universo de las mismas: de donde el «el» o el «la» del lenguaje ordinario no tiene por qué ser analizado siempre como un descriptor. En numerosísimas ocasiones, como es el caso de argumento ontológico, el artículo determinado singular ha de ser entendido, a la hora de su análisis lógico, como el artículo determinado plural o, lo que es lo mismo, como la cuantificación universal del enunciado en el que la aparente descripción ocurre.

Los laberintos ocasionados por las expresiones de la forma «el actual rey de Francia es calvo» o incluso «el hombre que vive en el centro de la tierra vive en el centro de la tierra» desaparecen cuando se analiza el «el» de esta manera. Así, las oraciones en cuestión ni son falsas, ni son sinsentidos, ni obligan a volver a pensar si no sería Aristoteles quien tenía razón cuando estableció el cuadrado de oposiciones entre los enunciados categóricos⁴³; sino que, desde el punto de vista estrictamente lógico y, po

de Frege coincide con el de la tradición lógica no psicologista. Ya en la escolástica se distinguía entre *suppositio*, que viene a corresponder con la referencia, y la *significatio*; y se establecía una correspondencia que no identidad, entre la extensión de los conceptos y la *suppositio* simple o real, y la *significatio* comprensión o intención de los mismos conceptos. El concepto, en su sentido lógico, según lo entiende Frege no difiere esencialmente de lo que llamaban los escolásticos «concepto objetivo» y distinguían del «concepto formal» o *imago mentis*, aunque los escolásticos del llamado realismo moderado exageraban la identidad entre el concepto en su sentido lógico y lo que llamaban la «naturaleza universal» multiplicada en los individuos.

En cuanto a la referencia de las palabras-conceptos, en «Aclaraciones sobre sentido y referencia» dice Frege: «Podría ... ocurrir fácilmente que se hiciera pasar la extensión del concepto por la referencia de la palabra-concepto; en este caso nos daríamos cuenta de que las extensiones de los conceptos son objetos y n conceptos. No obstante, hay en aquella afirmación un núcleo de verdad» (pag. 54). Seguramente por causa de «ese núcleo de verdad», que tiene que ver con el hecho de que las palabras-conceptos designan los conceptos cuando Frege tiene que estipular en el lenguaje simbólico una referencia para las expresiones con el artículo determinado singular y un predicado vacío o plural, elige las clases determinadas por tales predicados. En su lenguaje simbólico carecía de instrumentos que le permitieran designar los predicados mismos sin que por él se convirtieran en objetos, perdiendo así su naturaleza predicativa.

consiguiente, dada la aceptación del principio del tercio excluso, «el actual rey de Francia es calvo» es un enunciado simplemente verdadero, porque el conjunto de los actuales reyes de Francia es vacío; y la oración «el hombre que vive en el centro de la tierra vive en el centro de la tierra» también es verdadera, no ya por la identidad entre lo que el análisis tradicional llama «sujeto» y lo que llama «predicado», sino porque tanto uno como otro son predicados vácuos que determinan conjuntos vacíos. Se podrá argüir, como hace Strawson, que puesto que no hay actualmente ningún rey en Francia, la cuestión de si es calvo o no sencillamente no se plantea⁴⁴. Pero el que no se plantee de hecho, que por cierto valdrá solamente para el que conozca algo de la realidad actual de Francia, es una cuestión meramente psicológica; porque, desde el punto de vista lógico, o la oración es verdadera, o es falsa o, lo que es peor, no vale el principio del tercio excluso; conclusión que no resultará, dados los argumentos, una buena defensa de la lógica constructiva.

Sevilla, Junio de 1992

BIBLIOGRAFIA

- RUDOLPH CARNAP, *Meaning and Necessity*, Second Edition, The University of Chicago Press, Chicago, 1956.
- ALONZO CHURCH, *Introduction to Mathematical Logic*, Princeton University Press, Princeton, 1956.
- GOTTLOB FREGE, *Conceptografía. Los Fundamentos de la Aritmética*. Otros estudios filosóficos. Trad. de Hugo Padilla, Universidad Nacional Autónoma de México, Mexico, 1972.co, 1972.
- *Grundgesetze der Arithmetik*, Georg Olms verlagsbuchhandlung, Hildesheim, 1962.
 - «*Función y concepto*», en *Escritos lógico-semánticos*, pags. 12-30.
 - «*Aclaraciones sobre sentido y significado*», en *Escritos lógico-semánticos*, pags. 53-59.

43. Vide: Peter F. Strawson, «Sobre el referir», en *Ensayos lógico-lingüísticos*, versión española de A. García Suárez y L.M. valdés Villanueva, Ed. Tecnos, Madrid, 1983, pag. 39.

44. Cfr. *ibid.* pag. 39. Pero no pretendemos contradecir las tesis de Strawson, quien, en nuestra opinión, acierta plenamente. Creemos que si Aristoteles no considera, al establecer las relaciones entre las cuatro clases de enunciados categóricos, los casos en los que los primeros términos de las proposiciones universales son vacíos, es porque la afirmación o negación de tales enunciados carecen de interés en el sentido de que la cuestión de la verdad o falsedad, como dice Strawson, no se plantea. Pero esto es así, no porque se trate de expresiones sin sentido, sino porque son obviamente verdaderas; y las obviedades, tanto las obvias tautologías como las contradicciones triviales, carecen de interés hasta el extremo de que suelen ser calificadas por igual, en el modo de hablar corriente, como «tonterías». Pero si nos olvidamos de la pragmática y nos atenemos a criterios estrictamente lógico-formales, habremos de reconocer que Aristoteles se equivoca al establecer las relaciones de contrariedad, subcontrariedad y subalternación, en todos los casos, entre los enunciados categóricos.

- «*Sobre sentido y significado*», en Escritos lógico-semánticos , pags. 31-59, «*Sobre concepto y objeto*», en Escritos lógico-semánticos, pags. 60-72.
- *Escritos lógico-semánticos*, trad. española de Carlos R. Luis y Carlos Pereda, E Tecnos, Madrid, 1974.
- DAVID HILBERT, -*Ricerche sui Fondamenti della Matematica* , Compilación y versión al italiano de V. Michele Abrusci, Ed. Bivliopolis, Napoli, 1978.
- DAVID HILBERT y WILLELM ACKERMANN - *Elementos de lógica teórica*, traducción de la 4ª edición de Victor Sánchez de Zavala, Ed. Tecnos, Madrid, 1966.
- DAVID HILBERT y PAUL BERNAYS - *Grundlagen der Mathematik*, Berlin, 1934. En *Ricerche sui Fondamenti della Matematica*, pag. 331-475, se recoge una selección, de fragmentos de esta obra.
- JAAKO HINTIKKA - «*Kant on Existence, Predication, and the Ontological Argument*» en *Dialectica* , vol. 35, nº. 1-2, 1981.
- KALISH y RICHARD MONTAGUE, -*Logic, Technics of Formal Reasoning*, Harcourt Brace & World Inc., New York, 1964.
- «Remarks on descriptions and natural deduction», en *Archiv für mathematische Logik und Grundlagenforschung*, vol. 3, 1957.
- EMMANUEL KANT - *Crítica de la razón pura*, trad. de Pedro Rivas, Ed. Alfaguara, Madrid, 1989.
- JESUS MOSTERIN - *Lógica de primer orden*, Ed. Ariel, 1970, Barcelona.
- BERTRAND RUSSELL - «Sobre la denotación», en *Lógica y conocimiento*, pags. 51-74.
- «La filosofía del atomismo lógico», en *Lógica y conocimiento*, pags. 245-395.
- *Lógica y Conocimiento*, Compilación de Robert Charles Marsh, trad. de Javier Muguerza, Ed. Taurus, Madrid, 1966; pag. 351.
- PETER F. STRAWSON - «Sobre el referir», en *Ensayos lógico-lingüísticos*, pags. 11-39.
- *Ensayos lógico-lingüísticos*, versión española de A. García Suárez y L.M. Valdés Villanueva, Ed. Tecnos, Madrid, 1983.
- TOMAS DE AQUINO - *Summa Theologica*, B.A.C., Madrid, 1950.
- ALFRED N. WHITEHEAD y BERTRAND RUSSELL - *Principia Mathematica*, second edition, Cambridge University Press, Cambridge, 1927.