XVII Concurso de Otoño de Matemáticas 2026 *Nivel: 1º y 2º de Bachillerato*

1.- Se considera la sucesión $u_n = 1 - (1/4)^n$. ¿Cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

A) Es una sucesión creciente B) Es una sucesión decreciente C) Es una progresión aritmética
D) Es una progresión geométrica E) El número 1 es una cota inferior

2.- Ana, Bruno, Clara y Diego hacen las siguientes afirmaciones. Ana: "Bruno y Clara mienten". Bruno: "Ana y Diego dicen la verdad". Clara: "Bruno miente". Diego: "Clara dice la verdad". ¿Cuántas de estas cuatro afirmaciones son verdaderas?

A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) No puede saberse

3.- ¿Cuál es la solución de la ecuación $cos\ x = sen\left(\frac{13\,\pi}{12}\right)$ que cumple $0 < x < \pi$?

A) $\frac{7\,\pi}{12}$ B) $\frac{11\,\pi}{12}$ C) $\frac{5\,\pi}{12}$ D) $\frac{5\,\pi}{4}$ E) $\frac{5\,\pi}{6}$

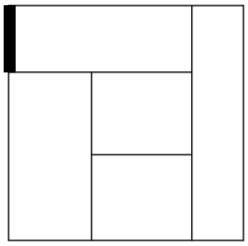
4.- Sea $p(x)$ un polinomio con coeficientes reales tal que $p(1) = 6,\ p(2) = 3,\ p(6) = 11, p(a) = 2$. ¿Para qué valor de a puede ser $p(x)$ un polinomio de grado 2?

A) -3 B) 0 C) 3 D) 4 E) 5

5.- ¿Cuántas parejas de números tienen máximo común divisor igual a 3! y mínimo común múltiplo igual a 18!? Aclaraciones: $n! = n \cdot (n-1) \cdot (n-2) \cdot \ldots \cdot 1$. Las parejas (x, y) e (y, x) son la misma.

A) 2 B) 2^6 C) 2^7 D)2^8 E) Ninguna de las anteriores

6.- En la figura adjunta hay un cuadrado dividido en cinco rectángulos, todos con la misma área. Sabiendo que el segmento resaltado mide 3, ¿cuál es el área total del cuadrado?



A) 12 B) 81 C) 112 D) 144 E) 225

7.- ¿Qué afirmación relativa a la ecuación $3^x - 6^x = 12^x$ es cierta?

A) No tiene ninguna solución B) Tiene solamente una solución C) Tiene dos soluciones positivas
D) Tiene dos soluciones negativas E) Tiene una solución positiva y una negativa

8.- ¿Cuánto vale la parte entera de $\frac{2026!+2023!}{2025!+2024!}$?

A) 2025 B) 2026 C) $2024 \cdot 2023$ D) $2025 \cdot 2026$ E) $2024 \cdot 2025$

9.- Tenemos 25 caracoles con velocidades distintas. Disponemos de un circuito para caracoles con cinco carriles igual de largos. En cada carrera pueden competir como máximo cinco a la vez pero no tenemos forma de medir el tiempo, solo podemos conocer el orden de llegada. ¿Cuál es el mínimo número de carreras que garantiza identificar a los tres más rápidos?

A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

10.- La función $f(x)$ es una recta que pasa por el origen y forma un ángulo α con el eje horizontal. ¿Qué ángulo forma con el eje horizontal la recta $f(2x)$?

A) 2α B) $arctan((tan\ \alpha)/2)$ C) $arctan(2\ tan\ \alpha)$ D) α E) $\alpha/2$

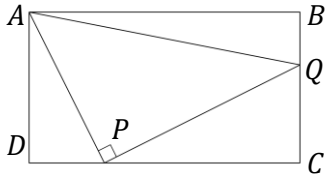
11.- Elegimos dos números al azar en el intervalo $[0,1]$. ¿Cuál es la probabilidad de que el máximo de los dos sea menor a $0,7$, y el mínimo de los dos sea menor a $0,4$?

A) $0,16$ B) $0,24$ C) $0,3$ D) $0,4$ E) $0,49$

12.- Se reparten los enteros del 1 al 35 en cinco grupos de siete números cada uno. Se calcula la mediana de cada grupo y posteriormente la mediana de las medianas de cada grupo. ¿Cuál es el menor valor posible que podemos obtener? Aclaración: La mediana de conjunto de datos ordenados de menor a mayor es el dato que ocupa el valor central.

A) 9 B) 12 C) 16 D) 18 E) 20

13.- En la figura adjunta, $ABCD$ es un rectángulo con $AB = 27,\ AD = 9$. El punto P pertenece al lado DC, y el punto Q al lado BC. El ángulo APQ es recto. Si las áreas de los triángulos ADP y ABQ son iguales, ¿cuál es el área del triángulo APQ?



A) 96 B) 108 C) 114 D) 120 E) 121.5

14.- Sean a y b números reales. Al dividir el polinomio $x^4 - 2x^2 + ax + b$ entre $(x - 1 - \sqrt{2})$, el resto es 14. Al dividirlo entre $(x - 1 + \sqrt{2})$, el resto es 18. ¿Cuánto vale $a + b$?

A) 3 B) 4 C) 5 D) 8 E) 10

15.- A la suma $2 + 4 + 6 + \cdots + 1998 + 2000$ le cambiamos al azar algunos signos $+$ por $-$. Sea k el mínimo número de signos que tenemos que cambiar para que el resultado pueda ser un número negativo. ¿Cuál es la cifra de las centenas de k?

A) 2 B) 3 C) 5 D) 6 E) 7

16.- Cinco amigos van al teatro, y se sientan en cinco asientos numerados consecutivos en una fila. Durante una pausa, deciden volver a sentarse de forma que ninguno esté al lado de alguien que tuviera previamente a su lado. ¿Cuántas formas tienen de sentarse?

A) 6 B) 8 C) 10 D) 14 E) 28

17.- Sea $f(n) = \sqrt{n - \sqrt{n^2 - 1}}$. ¿Cuál es el valor de la suma $f(1) + f(2) + \cdots + f(2025) + f(2026)$?

A) $(\sqrt{2027} - 1)/\sqrt{2}$ B) $(\sqrt{2026} + \sqrt{2027} - 1)/2$ C) $(\sqrt{2026} + \sqrt{2027} - 1)/\sqrt{2}$
D) $(\sqrt{2026} + \sqrt{2027} + 1)/2$ E) $(\sqrt{2026} + \sqrt{2027} + 1)/\sqrt{2}$

18.- Sea $S(n)$ la suma de los dígitos de n en base 10. Calcula $S(1) + S(2) + \cdots + S(5000)$.

A) 34980 B) 64005 C) 67505 D) 77505 E) 82500

19.- Un lado de un triángulo equilátero de altura 18 yace sobre una recta r. Un círculo de radio 6 es tangente a r y también tangente al triángulo equilátero externamente. El área de la región acotada comprendida entre el triángulo, el círculo, y la recta r se puede escribir como $a\sqrt{b} - c\,\pi$, donde a, b y c son números enteros, y b es libre de cuadrados. ¿Cuál es el valor de $a + b + c$? Aclaración: Un entero b es libre de cuadrados si no existe ningún entero $n \geq 2$ tal que n^2 sea divisor de b.

A) 17 B) 18 C) 19 D) 20 E) 21

20.- Si $a^{\log_3 7} = 27$ y $b^{\log_7 11} = 49$, ¿cuánto vale $a^{((\log_3 7)^2)} + b^{((\log_7 11)^2)}$?

A) $27^2 + 49^2$ B) $54 + 98$ C) $7^3 + 11^7$ D) $3^7 + 7^{11}$ E) $7^3 + 11^2$