

PREPARACIÓN OLIMPIADA MATEMÁTICA ESPAÑOLA (CURSO 2025-26)
GEOMETRÍA I. 07-11-2025

Repaso conocimientos elementales

1. Ángulos opuestos por el vértice y ángulos de lados perpendiculares y paralelos.
2. Casos de congruencia y semejanza de triángulos. Razón de semejanza.
3. Simetría respecto de una recta.
4. Puntos notables de un triángulo: circuncentro, incentro, baricentro y ortocentro. Posición del baricentro.
5. Razones trigonométricas. Fórmula fundamental.
6. Circunferencia: ángulo central e inscrito en una circunferencia. Perpendicularidad radio-tangente. Tangentes trazadas desde un punto exterior. Arco capaz. Cuadrilátero cíclico.
7. Geometría del triángulo. Fórmulas del área. Teoremas del seno y coseno. Radios de los círculos inscrito y circunscrito.

Problemas

1. En el paralelogramo ABCD se toman dos puntos E y F sobre el lado AD y se unen respectivamente con C y B. Denotamos P el punto de corte de BF y CE que está en el interior del paralelogramo. Así ABCD queda dividido en dos triángulos, BCP y EFP, y dos cuadriláteros ABPE y CDFP. Conocemos las áreas de BCP, 18, de EFP, 2, y de ABPE, 11. ¿Cuál es el área de cuadrilátero CDFP?
2. Sabiendo que un triángulo tiene área 20 cm^2 y dos de sus lados miden 5 cm y 10 cm respectivamente. ¿Cuánto mide el tercer lado?
3. ABCD es un rectángulo con A en el centro de una circunferencia de la que AB y AD están sobre los radios AE y AF respectivamente, y C está sobre dicha circunferencia. Si BE=5 y DF=10, ¿cuál es el área del rectángulo?
4. Si los lados a, b y c de un triángulo satisficieran la condición $\sqrt{a} + \sqrt{b} = \sqrt{c}$. ¿Qué tipo de triángulo sería?
5. ¿Cuál es el área del triángulo cuyos vértices son los puntos medios de los lados no consecutivos de un hexágono regular de lado unidad?
6. Se dibujan una circunferencia y un cuadrado concéntricos y de igual área. La circunferencia corta uno de los lados del cuadrado en los puntos P y Q. Si el radio de la circunferencia es r, ¿cuál es la longitud de PQ?
7. En la figura adjunta, las curvas PRSQ y ROS son semicircunferencias y RS es paralela a PQ. Si el radio del círculo grande es 1 metro, ¿cuál es el área, en m^2 , de la región sombreada?
8. Se considera un río rectilíneo y dos puntos A y B, distantes entre sí 75 m, situados ambos al mismo lado del río y cuya distancia al mismo es respectivamente de 40 m y 19 m. Determina el camino mínimo que debe recorrer un jinete que parte de A y llega a B si debe alcanzar el río para que beba la cabalgadura.
9. Se considera un triángulo equilátero ABC de lado 1 y centro O. Un rayo parte de O y se refleja en los tres lados AB, AC y BC (en el orden dado) hasta alcanzar el vértice A. Determina la longitud mínima del recorrido del rayo. (Nota. Cuando el ángulo se refleja en un lado, los ángulos de entrada (incidencia) y salida (reflexión) coinciden.) (Fase Local 2010)

10. Sea ABC un triángulo isósceles con $\widehat{BAC} = 100^\circ$. La bisectriz del ángulo $\widehat{CBA}$ corta al lado AC en el punto D. Demostrar que $BD + DA = BC$.

(Fase Local 2022)

11. ABCD es un cuadrilátero convexo verificando $AB > BC, CD = DA$ y $\widehat{ABD} = \widehat{DBC}$. Sea E el punto de la recta AB tal que $\widehat{DEB} = 90^\circ$. Probar que

$$AE = \frac{AB - BC}{2}.$$

(Fase Local 2021)

12. Sea ABC un triángulo acutángulo. Sean M, N y P los puntos en que las alturas que pasan por A, B y C cortan respectivamente a BC, AC y AB. Probar que las alturas de ABC son las bisectrices de los ángulos de MNP.

13. Sea ABCD un trapecio de bases AB y CD tal que $AD = DC = CB = 5$ y $AB = 10$. Sea O el punto de intersección de las diagonales AC y BD. La recta perpendicular a AC trazada por O corta a la prolongación del lado AD en E y a la base AB en F. Calcular el área del cuadrilátero AECF.

(Fase Local 2024)