



RED TEMÁTICA

de variable compleja
y teoría de operadores

Open Problem

ABOUT THE MEAN ERGODICITY OF THE DERIVATIVE

JOSÉ BONET

Definition 0.1. Dado un espacio de Banach X , decimos que un operador $T : X \rightarrow X$ es *ergódico en media* si el límite

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{n=1}^N T^n x$$

existe en X para todo $x \in X$. Si la convergencia al operador límite se tiene en la norma del operador, entonces decimos que el operador es *uniformemente ergódico en media*.

Dado el peso $v_\alpha(r) = e^{-\alpha r}$, $r \geq 0$, $\alpha > 0$, en el plano complejo \mathbb{C} , los espacios ponderados de funciones enteras se definen como

$$H_{v_\alpha}(\mathbb{C}) := \{f \in H(\mathbb{C}) \mid \|f\|_v := \sup_{z \in \mathbb{C}} v_\alpha(|z|)|f(z)| < +\infty\}$$

y

$$H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C}) := \{f \in H(\mathbb{C}) \mid \lim_{|z| \rightarrow \infty} v_\alpha(|z|)|f(z)| = 0\}.$$

El siguiente resultado se encuentra en el artículo

M.J. Beltrán, J. Bonet, C. Fernández, Classical operators on weighted Banach spaces of entire functions, Proc. Amer. Math. Soc. 141 (2013), no. 12, 4293–4303.

Proposition 0.2. *El operador D actuando en los espacios $H_{v_\alpha}(\mathbb{C})$ y $H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C})$, $\alpha > 0$ satisface las siguientes propiedades:*

- (i) *Si $\alpha < 1$, el operador $D : H_{v_\alpha}(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}(\mathbb{C})$ es uniformemente ergódico en media, y por tanto, también lo es $D : H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C})$.*
- (ii) *Si $\alpha > 1$, el operador $D : H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C})$ no es ergódico en media, y por tanto, tampoco lo es $D : H_{v_\alpha}(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}(\mathbb{C})$.*
- (iii) *Si $\alpha = 1$, el operador $D : H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C})$ no es uniformemente ergódico en media, y por tanto, $D : H_{v_\alpha}(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}(\mathbb{C})$ no es ergódico en media.*

Date: July 28, 2017.

Problema 0.1. Si $\alpha = 1$, ¿es el operador $D : H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C}) \rightarrow H_{v_\alpha}^0(\mathbb{C})$ ergódico en media?

Esta pregunta se puede formular de modo equivalente de la siguiente forma:

¿Es la sucesión $\{\|\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N f^{(n)}\|_{v_1}\}_N$ acotada para toda función $f \in H_{v_1}^0(\mathbb{C})$?

E-mail address: jbonet@mat.upv.es

UNIVERSIDAD POLITÉCNICA DE VALENCIA