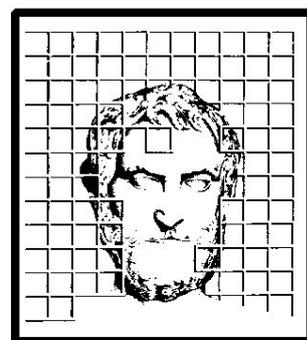




VII CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



SAEM Thales

Preparatorio para la 53ª Edición de la
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 21 de octubre de 2016

Facultad de Matemáticas y
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Tacha con una **X** la letra de la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y tacha a continuación la solución que consideres correcta.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
 - * No te olvides de poner tu nombre completo en cada hoja.
 - * Los folios en blanco que te facilitamos son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
 - * Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
 - * Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.

Apellidos..... Nombre.....

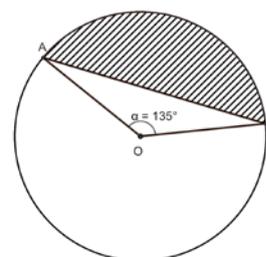
- La solución de la ecuación $5^x - 5^{x-2} = 120\sqrt{5}$ es el número racional irreducible $\frac{a}{b}$. ¿Cuál es el valor del producto $a \cdot b$?
 A) 2 B) 6 C) 12 D) 14 E) 28
- ¿Para qué números enteros $n > 1$ se verifica que $4^n - 1$ es un número primo?
 A) Para todos B) Para ninguno C) No puede saberse D) Sólo para $n=73$ E) Para los impares mayores que 4
- Si $\log_2(x - 16) = \log_4(x - 4)$, la suma de las cifras de x es
 A) 7 B) 6 C) 4 D) 3 E) 2
- ¿Qué número ocupa el lugar 2016 en la sucesión: 1, 2, 2, 3, 3, 3, 4, 4, 4, 4, 5, 5, 5, 5, 5, ... ?
 A) 35 B) 58 C) 63 D) 71 E) 80
- Si todos los marcianos veranean en Venus, entonces podemos asegurar que:
 A) Un ser que no veranee en Venus no es marciano
 B) Cualquiera que veranee en Venus es un marciano.
 C) Ningún ser de Plutón veranea en Venus.
 D) Todos los seres de Venus veranean en Marte.
 E) Nadie de Plutón veranea en Marte.
- Si p es un número primo, ¿cuántos polinomios de la forma $x^4 + ax^3 + bx^2 + cx + p$ con coeficientes enteros existen tales que todas sus raíces sean enteras?
 A) Ninguno B) 1 C) 2 D) 4 E) infinitos
- Se tira un dado cuatro veces. ¿Cuál es la probabilidad de que salgan cuatro números distintos?
 A) $\frac{5}{18}$ B) $\frac{1}{54}$ C) $\frac{5}{108}$ D) $\frac{1}{144}$ E) $\frac{24}{216}$
- En un triángulo rectángulo, la altura sobre la hipotenusa es la cuarta parte de esta. ¿Cuánto miden los ángulos agudos del triángulo?
 A) 15° y 75° B) $22,5^\circ$ y $67,5^\circ$ C) 30° y 60° D) 45° y 45° E) otros valores
- Si los números a, b y c verifican las ecuaciones $a + b + c = 50$, $3a + 2b + c = 100$, ¿cuál es el valor de la expresión $3a + 4b + 5c$?
 A) -150 B) 150 C) 200 D) 250 E) 300
- ¿Cuál es la función cuya representación es la curva simétrica de $y = x^2 - 5x + 4$ respecto del origen de coordenadas?
 A) $y = x^2 - 4$ B) $y = x^2 + 5x - 4$ C) $y = -x^2 - 5x + 4$ D) $y = -x^2 - 5x - 4$ E) $y = x^2 + 5x + 4$

Apellidos..... Nombre.....

11. Con los dígitos 1, 2, 3, 4, 5, 6 y 7 Marta escribe todos los números de siete cifras que no tienen ningún dígito repetido. Los escribe en una larga lista ordenándolos de menor a mayor. Si parte la lista por la mitad, ¿cuál es el último número de la primera mitad?

- A) 4367125 B) 3476512 C) 4321567 D) 4376521 E) 4376512

12. El dibujo muestra un círculo de centro O y radio OA = 5cm. La superficie subrayada es un segmento circular que abarca 135° (ángulo AOB = 135°). ¿Cuál es el área de dicha superficie subrayada?



- A) $\frac{5\pi - 2\sqrt{5}}{8}$ B) $\frac{12 - 3\pi}{\sqrt{7}}$ C) $\frac{75\pi - 50\sqrt{2}}{8}$ D) $\frac{90\pi - 5\sqrt{2}}{4}$ E) $\frac{5(\pi - 2\sqrt{2})}{8}$

13. Una recta pasa por los puntos (0,0) y (3,1); otra pasa por los puntos (0,0) y (1,2). ¿Cuánto mide el ángulo agudo que determinan ambas rectas?

- A) 30° B) 45° C) 60° D) 90° E) Ninguno de los anteriores

14. El número total de soluciones enteras de la ecuación $xy - 3x - 2y = 15$ es de:

- A) Dos B) Cuatro C) Seis D) Ocho E) Diez

15. De todos los números de 9 cifras que se pueden formar usando todos los dígitos del 1 al 9, ¿cuántos son múltiplos de 75?

- A) 1680 B) 10080 C) 3360 D) 5040 E) 362880

16. Dos números enteros positivos impares a, b cumplen que $a^3 - b^4 = 39371980$. Entonces a vale:

- A) 355 B) 343 C) 341 D) 357 E) 369

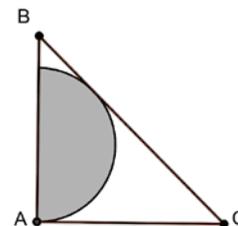
17. El valor mínimo de la función $f(x) = (x - 5)^3(x - 1)$ es:

- A) -27 B) -8 C) $\frac{75}{8}$ D) -3 E) 0

18. Si $0 < x < \frac{\pi}{2}$ y $\operatorname{tg} x = \frac{a}{2}$, entonces $\cos x$ es igual a:

- A) $\frac{2}{\sqrt{a^2 - 4}}$ B) $\frac{a}{\sqrt{a^2 - 4}}$ C) $\frac{2}{a + 4}$ D) $\frac{2}{\sqrt{a^2 + 4}}$ E) $\frac{a}{\sqrt{a^2 + 4}}$

19. El triángulo de la figura es rectángulo en A e isósceles. Los catetos miden 1 cm. Una circunferencia con centro en un cateto es tangente a la hipotenusa y al cateto AC en A. ¿Cuánto mide el área sombreada? (es decir, la determinada por la semicircunferencia dibujada).



- A) $\frac{\pi}{2}\sqrt{2} - 1$ B) $\frac{3\pi}{\sqrt{2}}$ C) $\frac{\pi}{2}(3 - 2\sqrt{2})$ D) $\frac{\pi}{2}$ E) $2\pi - \sqrt{2}$

20. Dos números se dice que son coprimos si son primos entre sí, es decir, si el único divisor común es el 1. ¿Cuántos números menores que 360 son coprimos con dicho número?

- A) 180 B) 112 C) 96 D) 93 E) 90