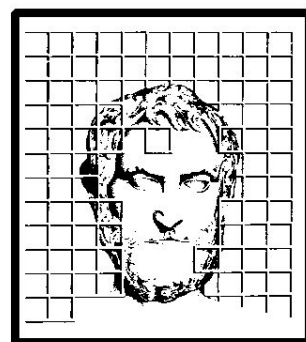




VIII CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



SAEM Thales

Preparatorio para la LIV Edición de la
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 20 de octubre de 2017

Facultad de Matemáticas y
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
 - * No te olvides de poner tu nombre y apellidos (al dorso).
 - * Los folios en blanco que te facilitamos son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
 - * Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
 - * Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
 - * Cuando termines, entrega esta hoja con tu nombre completo y las respuestas.

Apellidos..... Nombre.....

RESPUESTAS

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

1.- Eva prende una vela cada 10 minutos. Cada vela permanece encendida 40 minutos y luego se apaga. ¿Cuántas velas estarán encendidas 3 horas con 55 minutos después de que Eva encienda la primera vela?

- A) 4 B) 5 C) 6 D) 7 E) 8

2.- Si $x = 2^{25}$, $y = 8^8$ and $z = 3^{12}$, ¿cuál de las siguientes afirmaciones es cierta?

- A) $x < y < z$ B) $y < x < z$ C) $y < z < x$ D) $z < x < y$ E) $z < y < x$

3.- El punto P está en el segmento de extremos (2,0) y (0,1) y el punto Q en el segmento de extremos (6,0) y (0,6). La longitud del más corto de los segmentos PQ es

- A) $2\sqrt{2}$ B) $3\sqrt{2}$ C) $2\sqrt{3}$ D) $3\sqrt{3}$ E) $1 + \sqrt{3}$

4.- El reloj de Marisol va 10 minutos atrasado, pero ella cree que está 5 minutos adelantado. Por contra, el reloj de Mónica va 5 minutos adelantado, pero ella cree que está 10 minutos atrasado.

Cuando Marisol cree que son las 12:00, ¿Qué hora cree Mónica que es?

- A) 11:30 B) 11:45 C) 12:00 D) 12:30 E) 12:45

5.- Uno de los siguientes números es de la forma a^5+b^5 , donde a, b son dos enteros positivos tales que $a + b = 95$. ¿Cuál es?

- A) 575021225 B) 324412643 C) 431733219 D) 533212452 E) 654332167

6.- Sabiendo que $\cos \alpha = 4/5$ y que α está en el primer cuadrante, el $\sen 4\alpha$ es:

- A) $48 / 625$ B) $60 / 625$ C) $196/625$ D) 1 E) $336/625$

7.- Sabiendo que $\log_{10}2 = 0,3010$ y que $\log_{10}3 = 0,4771$, ¿cuánto vale $\log_{10}\left(\frac{12}{5}\right)$?

- A) 0,3145 B) 0,3577 C) 0,3801 D) 0,4192 E) 0,4616.

8.- Si $\sen 2x \sen 3x = \cos 2x \cos 3x$, una solución de esta ecuación es:

- A) 18° B) 30° C) 36° D) 45° E) 60° :

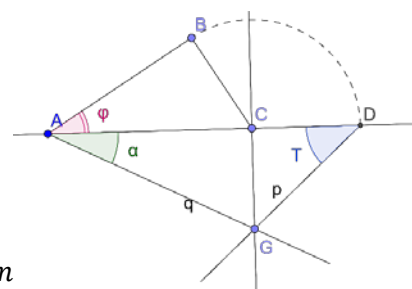
9.- Se tiene un triángulo ABC rectángulo en B. El ángulo en A es φ .

Trazamos: Por C, la perpendicular CG a la hipotenusa y sobre la prolongación de la hipotenusa, el punto D tal que $CD = BC$.

Por D tomamos un ángulo $T = \text{GDC}$ y por A el ángulo $\alpha = \text{CAG}$.

Entonces, llamando $m = \text{tg } \alpha$; $n = \text{tg } T$, se verifica que $\sen \varphi$ es igual a:

- A) $m \cdot n$ B) $\frac{m}{n}$ C) $\frac{n}{m}$ D) $m + n$ E) $m - n$



10.- Tengo en la cabeza un número tal que si cambias de posición la cifra de las unidades y la colocas en primer lugar, el número queda multiplicado por 5. En los siguientes números se han borrado sus cifras centrales. Sólo uno de ellos podría ser el número que tengo en la cabeza ¿Sabrías indicar cuál?

- A) 124 ---- 6530 B) 571---- 7755 C) 612----2653 D) 183 ---- 7959 E) 260 ---- 0408

11.- ¿En cuántas regiones dividen al plano el eje X y las gráficas de las funciones definidas por $f(x) = 2 - x^2$; $g(x) = x^2 - 1$?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

12.- En cada una de las siete cartas de un conjunto se ha dibujado igual número de símbolos, de tal manera que: 1) Cada símbolo está contenido en tres cartas y sólo en esas tres. 2) Cada pareja de cartas comparte un único símbolo. ¿Cuántos símbolos distintos hay en cada carta?

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

13.- Tienes n objetos, todos de igual peso, p . Si los pesas por parejas, la suma de los pesos de todas las parejas posibles es T y si los pesas por ternas, la suma de todas las ternas posibles es $2T$. ¿Cuánto vale n ?

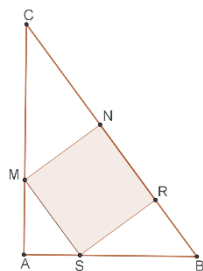
- A) 5 B) 6 C) 12 D) 18 E) Ninguno de las anteriores

14.- Un rectángulo tiene la base sobre el eje Ox y los dos vértices que no forman parte de ella están sobre la gráfica de la función $y = \text{sen } x$. Si la altura del rectángulo es $\frac{1}{2}$ ¿cuál es el área del rectángulo más pequeño posible?

- A) $\frac{\pi}{2}$ B) $\frac{\pi}{3}$ C) $\frac{\pi}{4}$ D) $\frac{\pi}{5}$ E) Ninguno de las anteriores

15.- En el triángulo ABC , rectángulo en A , se traza el cuadrado $MNRS$ tal que el lado NR está sobre la hipotenusa y los vértices M y S están sobre los catetos, como se indica en la figura. Si $OM = 48$ cm y $OS = 36$ cm, ¿cuánto mide la hipotenusa BC del triángulo de partida?

- A) 170 B) 175 C) 180 D) 185 E) 190



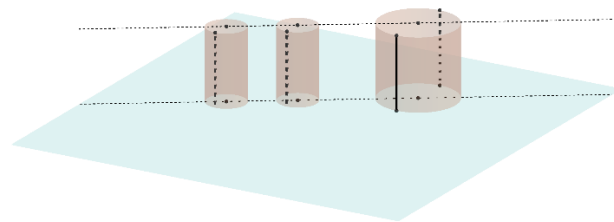
16.- Si a y b son dos enteros positivos cuyo máximo común divisor es 3 y tales que $a/b = 0,4$ ¿cuánto vale el producto $a \cdot b$?

- A) 10 B) 18 C) 30 D) 36 E) 90

17.- ¿Cuál es la negación de la siguiente afirmación: "Todos resolvieron más de 20 problemas"?

- A) Nadie resolvió más de 20 problemas.
 B) Alguien resolvió menos de 21 problemas.
 C) Alguien resolvió exactamente 20 problemas.
 D) Todos resolvieron menos de 21 problemas.
 E) Alguien resolvió más de 20 problemas.

18.- Se retiran las envolturas de papel que rodean dos latas cilíndricas iguales y con ellas se cubre totalmente, y sin que sobre papel, una lata más grande pero de la misma altura que las pequeñas (ver figura). Si el volumen de la lata grande es V y el de cada una de las pequeñas es v , entonces se verifica:



- A) $V = 2v$ B) $V = 3v$ C) $V = 4v$ D) $V = 6v$ E) $V = 8v$

19.- Un jardinero va a plantar, en una hilera, un total de 20 árboles entre pinos y manzanos. Si el número total de árboles que ha de haber entre dos manzanos no puede ser igual a 3, ¿cuál es la mayor cantidad de manzanos que se puede plantar?

- A) 8 B) 10 C) 12 D) 14 E) 16

20.- Encuentra la suma de todos los números enteros positivos $x < 100$ tales que $x^2 - 81$ es un múltiplo de 100. (Nota: 0 es también un múltiplo de 100).

- A) 50 B) 81 C) 90 D) 100 E) 200