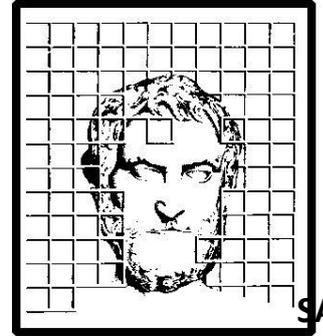




XI CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



Preparatorio para la LVII Edición de la
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 13 de noviembre de 2020

Facultad de Matemáticas y
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
 - * No te olvides de poner, al dorso, tu nombre y apellidos y el nombre de tu Centro.
 - * Los folios en blanco que te faciliten son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
 - * Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
 - * Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
 - * Cuando termines, entrega esta hoja con tus datos y las respuestas.

Prueba de 1º y 2º de BACH.

Apellidos..... Nombre.....

Centro.....

RESPUESTAS

| | A | B | C | D | E |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| 1 | | | | | |
| 2 | | | | | |
| 3 | | | | | |
| 4 | | | | | |
| 5 | | | | | |
| 6 | | | | | |
| 7 | | | | | |
| 8 | | | | | |
| 9 | | | | | |
| 10 | | | | | |
| 11 | | | | | |
| 12 | | | | | |
| 13 | | | | | |
| 14 | | | | | |
| 15 | | | | | |
| 16 | | | | | |
| 17 | | | | | |
| 18 | | | | | |
| 19 | | | | | |
| 20 | | | | | |

1.- El área de un octógono regular cuya diagonal mayor mide 2 unidades es

- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{2}$ C) 2 D) 3 E) 4

2.- En el rectángulo de la figura se han trazado paralelas a los lados, dividiéndolo en cuatro rectángulos más pequeños, de los cuales se conocen los perímetros de tres de ellos que aparecen en la figura, ¿cuál es el perímetro del cuarto rectángulo que falta?

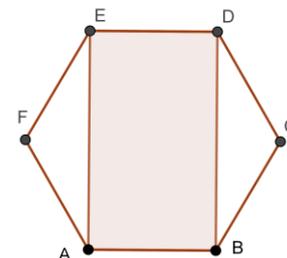


- A) 8 B) 9 C) 10 D) 12 E) 14

3.- El valor de $\log_2(\sin(\frac{\pi}{4}))$ es:

- A) -1 B) -1/2 C) 0 D) 1/2 E) 1

4.- Se tiene un hexágono regular ABCDEF cuyo lado tiene longitud L . Se considera el rectángulo ABDE. El área de este rectángulo es un porcentaje del área del hexágono. Dicho porcentaje



- A) Es menor del 60%
B) Está entre el 60% y el 70%
 C) Está entre el 70% y el 80%,
 D) Es mayor del 80%
 E) Varía con L

5.- Cuantas soluciones enteras distintas tiene la ecuación: $xy + 2x + 6y = -11$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) Ninguna de las anteriores.

6.- Una de las asíntotas de la hipérbola $y = \frac{3x^2 - 5x + 1}{x - 2}$ es

- A) $y = x - 1$ B) $y = 3x - 1$ C) $y = x + 3$ **D) $y = 3x + 1$** E) $y = x - 2$

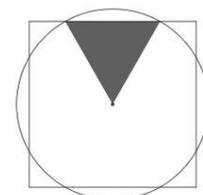
7.- Empezando con 1, jugamos al siguiente juego: Tiramos un dado, si sale par sumamos el número obtenido y si sale impar lo multiplicamos. Con el número resultante seguimos tirando y repitiendo la operación ¿cuál es el mínimo número de tiradas necesarias para obtener el 43?

- A) 2 B) 3 **C) 4** D) 5 E) 6

8.- En un grupo de 10 personas hay 3 parejas, sin que nadie pertenezca a más de una pareja ¿cuántas formas hay de ordenar a las 10 personas de forma que los miembros de cada pareja estén en posiciones consecutivas?

- A) 7! **B) 8!** C) 9! D) 10! E) 10!/8

9.- Sabiendo que el cuadrado y el círculo de la figura son concéntricos, que el triángulo marcado entre el centro y dos puntos de corte es equilátero, y que el lado del cuadrado es 3, el área común entre el círculo y el cuadrado es



- A) $\pi + 3\sqrt{3}$ B) 7 C) 8 D) $\sqrt{2}\pi + 2\sqrt{3}$ E) $\sqrt{2}\pi + \frac{9}{4}$

10.- La sucesión de Fibo-Nacho es la sucesión: $F = \{1, 2, 3, 5, 8, 4, 3, 7, 1, \dots\}$ construida con las dos siguientes reglas: a) $F_1 = 1, F_2 = 2$
 b) para cada $n \geq 1, F_{n+2} =$ la suma de los dígitos de $F_n + F_{n+1}$

Observa que el 1 se repite en la sucesión en múltiples ocasiones, por ejemplo: $F_1 = F_9 = F_{17} = \dots = 1$. Cuando el 1 haya aparecido 2020 veces habrá sido como elemento F_n , en el lugar:

- A) $n = 6363$ B) $n = 7474$ C) $n = 8585$ **D) $n = 9696$** E) ninguno de estos valores

11.- De los siguientes números sólo uno de ellos es primo (y se conoce como un *primo de Fermat*) ¿sabrías indicar cuál es?

- A) $5^5 + 1$ B) $6^7 - 1$ C) $2^{18} + 1$ D) $4^{16} - 1$ E) **$16^4 + 1$**

12.- El área total de un ortoedro (prisma recto rectangular) es de 22 cm^2 y la suma de las longitudes de todas sus aristas es 24 cm . ¿Cuál es, en cm , la máxima distancia entre dos vértices de dicho ortoedro?

- A) 11 B) 12 C) 13 D) **14** E) No está unívocamente determinada

13.- Cuál es el coeficiente que acompaña a x^{22} si expandimos la siguiente expresión:

$$(1 + x + x^2 + \dots + x^{22}) \cdot (1 + x)^{22}$$

- A) 22 B) 22^2 C) **2^{22}** D) $22!$ E) 22^{22}

14.- ¿Cuántos números hay entre 1 y 100, ambos inclusive, con la propiedad de que todas sus potencias tienen la misma cifra final?

- A) 10 B) 20 C) 30 D) **40** E) 50

15.- Consideramos la función: $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$, $x^2 \neq 1$. Entonces $f(-x)$ es igual a:

- A) $\frac{1}{f(x)}$ B) $-f(x)$ C) $\frac{1}{f(-x)}$ D) $-f(-x)$ E) $f(x)$

16.- En una ciudad, el cociente entre el número de mujeres y el de hombres es $10/11$. Si la media de las edades de las mujeres es 34 años y la media de las edades de los hombres es 32 años, la media de las edades de toda la población, en años, es:

- A) $329/10$ B) **$692/21$** C) 33 D) $696/21$ E) $331/11$

17.- Al simplificar la expresión $\text{sen}(x - y) \cos(y) + \cos(x - y) \text{sen}(y)$ obtenemos:

- A) 1 B) **$\text{sen}(x)$** C) $\cos(x)$ D) $\text{sen}(x) \cos(2y)$ E) $\cos(x) \text{sen}(2y)$

18.- ¿En cuántas regiones distintas queda dividido el plano por el eje X y las gráficas de las funciones definidas por $f(x) = 2 - x^2$ y $g(x) = x^2 - 1$

- A) 7 B) 8 C) 9 D) **10** E) 11

19.- Si $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{10} = S$ entonces la suma $1 + a + a^2 + a^3 + \dots + a^{21}$ es igual a:

- A) $2S$ B) $(aS)^2$ C) $(1 + aS)^2$ D) **$S(1 + a^{11})$** E) $a^{10}(1 + S)$

20.- ¿Cuál es el mayor divisor común a todos los números $N_p = p^2 - 1$ cuando p recorre todos los números primos mayores que 13?

- A) 4 B) **24** C) 36 D) 48 E) 96