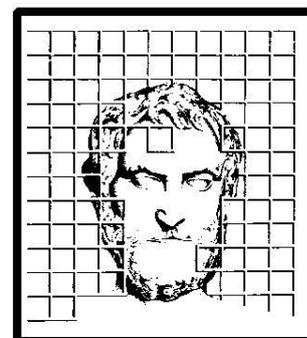




# XII CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



SAEM Thales

Preparatorio para la LVIII Edición de la  
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 19 de noviembre de 2021

Facultad de Matemáticas y  
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
  - \* No te olvides de poner, al dorso, tu nombre y apellidos y el nombre de tu Centro.
  - \* Los folios en blanco que te faciliten son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
  - \* Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
  - \* Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
  - \* Cuando termines, entrega esta hoja con tus datos y las respuestas.

Apellidos..... Nombre.....

Centro.....

**RESPUESTAS**

	A	B	C	D	E
1					
2					
3					
4					
5					
6					
7					
8					
9					
10					
11					
12					
13					
14					
15					
16					
17					
18					
19					
20					

1.- Un triángulo cuyos lados vienen dados por números enteros tiene de perímetro 8. ¿Cuál es su área?

- A)  $2\sqrt{2}$     B)  $2\sqrt{3}$     C)  $\frac{16}{9}\sqrt{3}$     D) 4    E)  $4\sqrt{2}$

2.- Se tiene una sucesión de números definida por  $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2 \end{cases}$ . El término 1000 de la misma es

- A) 3127    B) 3504    C) 3997    D) 4018    E) 4001

3.- Determina el conjunto más grande de números reales que verifica la inequación  $\frac{2x-1}{x-2} \leq 3$

- A)  $(-\infty, 2) \cup [5, +\infty)$     B)  $[5, +\infty)$     C)  $(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$     D)  $(5, +\infty)$     E)  $[2, 5)$

4.- Calcula  $n$  para que  $\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdots \log_n (n+1) = 10$

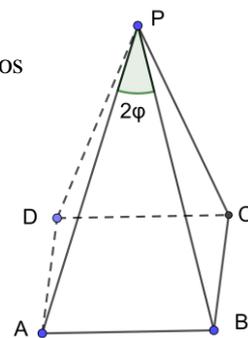
- A) 999    B) 1001    C) 1023    D) 1024    E) 1025

5.- El término independiente (en el que no aparece la variable) del desarrollo de  $(2x^4 + \frac{1}{x})^5$  es:

- A) 5    B) 10    C) 20    D) 40    E) 50

6.- Considera una pirámide PABCD con base ABCD cuadrada y cuyo vértice, P, equidista de los puntos A, B, C, D. Si  $AB = 1$  y el ángulo  $APB = 2\varphi$ , el volumen de la pirámide es

- A)  $\frac{\text{sen } \varphi}{6}$     B)  $\frac{\text{cot } \varphi}{3}$     C)  $\frac{1}{\text{sen } \varphi}$     D)  $\frac{1-\text{sen}(2\varphi)}{3}$     E)  $\frac{\sqrt{\cos(2\varphi)}}{6\text{sen}\varphi}$



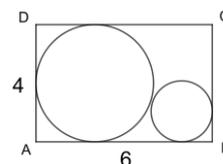
7.- El año 2017 fue primo y el siguiente primo será 2027. ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene  $2017^{2017}$  menos que  $2027^{2027}$ ?

- A) 4    B) 10    C) 2007    D) 40    E) 5

8.- Dado el sistema de ecuaciones  $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x + 5y + 4z = 17 \end{cases}$  ¿Cuánto vale  $x + y$ ?

- A) -3    B) 0    C) 8    D) 4    E) 5

9.- En un rectángulo de lados 4 y 6 se inscriben sendas circunferencias, tangentes al rectángulo y tangentes entre sí, como se indica en la figura. ¿Cuál es el radio de la circunferencia pequeña?



- A)  $2\sqrt{2} - 1$     B)  $8 - 4\sqrt{3}$     C)  $\frac{9}{10}$     D)  $\frac{\sqrt{5}}{2}$     E) 1

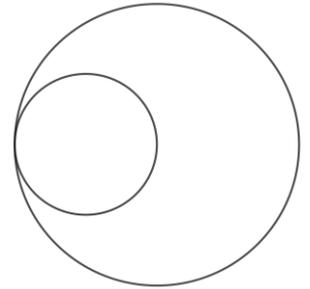
10.- Si la suma de dos números es 3 y su producto es 1, la suma de sus cubos es:

- A) 27    B) 54    C) 9    D) 20    E) 18

11.- Los ángulos de un trapecio están en progresión aritmética. Si el ángulo más pequeño es de  $75^\circ$ , ¿cuánto mide el más grande?

- A)  $95^\circ$                       B)  $100^\circ$                       C)  $105^\circ$                       D)  $110^\circ$                       E)  $115^\circ$

12.- El círculo pequeño del dibujo es tangente al grande y pasa por el centro de éste. ¿cuánto valdrá la suma  $a + b$  si  $\frac{a}{b}$  es la fracción irreducible que representa la relación entre el área del pequeño y la del grande que está fuera del pequeño?

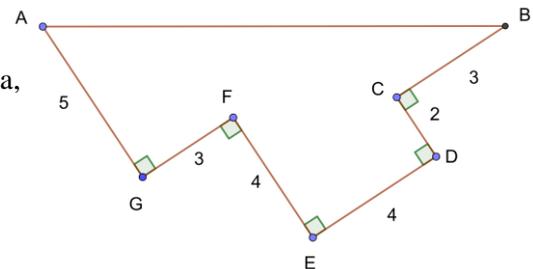


- A)  $2\pi$     B) 5    C)  $\pi/2$     D) 4    E)  $\pi + 3$

13.- Sabiendo que  $\cos \alpha = 4/5$  y que  $\alpha$  está en el primer cuadrante, el  $\sin 4\alpha$  es:

- A)  $\frac{48}{625}$     B)  $\frac{60}{625}$     C)  $\frac{196}{625}$     D) 1    E)  $\frac{336}{625}$

14.- En la poligonal ABCDEFG de la figura, los ángulos en C, D, E, F y G son rectos. Las longitudes de los lados, que se indican en la figura, son  $AG = 5$ ,  $GF=3$ ,  $FE=4$ ,  $ED=4$ ,  $DC=2$  y  $CB=3$ . ¿Cuál es la longitud del lado AB?



- A)  $8\sqrt{2}$     B) 12    C)  $\sqrt{149}$     D)  $7\sqrt{3}$     E)  $6\sqrt{5}$

15.- Lanzamos un dado seis veces. La probabilidad de obtener un número mayor o igual que cinco, al menos cinco veces es:

- A)  $\frac{13}{729}$     B)  $\frac{12}{729}$     C)  $\frac{2}{729}$     D)  $\frac{3}{729}$     E)  $\frac{4}{729}$

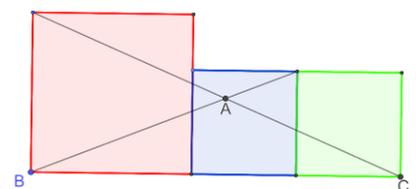
16.- La ecuación  $\frac{2^{x+2}-2}{2^{2x+1}} = 1$  tiene,

- A) Ninguna solución    B) Una única solución    C) Dos soluciones    D) Tres soluciones    E) Infinitas soluciones

17.- Se sabe que la función polinómica  $y = x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$  pasa por el origen de coordenadas y tiene cinco raíces distintas. En estas condiciones, qué coeficiente no puede ser 0.

- A) No se puede asegurar que ninguno sea distinto de cero    B) b    C) c    D) d    E) e

18.- En la siguiente figura el cuadrado grande tiene lado a, y los cuadrados pequeños tienen el mismo lado b. Entonces la tangente del ángulo BAC, es:



- A) -1    B) -a/b    C) -b/a    D)  $-\sqrt{3}$     E)  $-\sqrt{3}/3$

19.- ¿Para cuántos valores enteros de  $n$ , entre 1 y 100, se puede descomponer  $x^2 + x - n$  en producto de dos factores de primer grado con coeficientes enteros?

- A) 0    B) 2    C) 9    D) 18    E) 20

20.- Si  $f(x) = \log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$  con  $-1 < x < 1$ , entonces  $f\left(\frac{3x+x^3}{1+3x^2}\right)$  es igual a:

- A)  $-f(x)$     B)  $2f(x)$     C)  $3f(x)$     D)  $[f(x)]^2$     E)  $[f(x)]^2 - f(x)$