XII CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)

SAEM Thales

Preparatorio para la LVIII Edición de la Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 19 de noviembre de 2021

Facultad de Matemáticas y
Escuela Técnica Superior de Ingeniería Informática

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
  * No te olvides de poner, al dorso, tu nombre y apellidos y el nombre de tu Centro.
  * Los folios en blanco que te faciliten son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
  * Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
  * Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
  * Cuando termines, entrega esta hoja con tus datos y las respuestas.

XII Concurso de Otoño de Matemáticas 2021 *Nivel: 1º y 2º de Bachillerato*

Apellidos………………………………………………………….. **Nombre**……………………..

Centro……………………………………………………………………......

RESPUESTAS

	A	B	C	D	E
1	**X**				
2			**X**		
3	**X**				
4			**X**		
5		**X**			
6					**X**
7					**X**
8					**X**
9		**X**			
10					**X**
11			**X**		
12				**X**	
13					**X**
14			**X**		
15	**X**				
16		**X**			
17					**X**
18	**X**				
19			**X**		
20			**X**		

XII Concurso de Otoño de Matemáticas 2021 *Nivel: 1º y 2º de Bachillerato*

1.- Un triángulo cuyos lados vienen dados por números enteros tiene de perímetro 8. ¿Cuál es su área?

A) $2\sqrt{2}$ B) $2\sqrt{3}$ C) $\frac{16}{9}\sqrt{3}$ D) 4 E) $4\sqrt{2}$

2.- Se tiene una sucesión de números definida por $\begin{cases} a_1 = 1 \\ a_n = a_{n-1} + 4, n \geq 2 \end{cases}$. El término 1000 de la misma es

A) 3127 B) 3504 **C) 3997** D) 4018 E) 4001

3.- Determina el conjunto más grande de números reales que verifica la inecuación $\frac{2x-1}{x-2} \leq 3$

A) $(-\infty, 2) \cup [5, +\infty)$ B) $[5, +\infty)$ C) $(-\infty, 2] \cup [5, +\infty)$ D) $(5, +\infty)$ E) $[2, 5)$

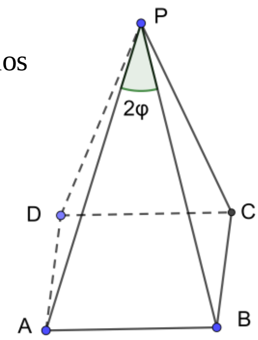
4.- Calcula n para que $log_2 3 \cdot log_3 4 \cdot log_4 5 \cdots log_n(n+1) = 10$

A) 999 B) 1001 **C) 1023** D) 1024 E) 1025

5.- El término independiente (en el que no aparece la variable) del desarrollo de $\left(2x^4 + \frac{1}{x}\right)^5$ es:

A) 5 **B) 10** C) 20 D) 40 E) 50

6.- Considera una pirámide PABCD con base ABCD cuadrada y cuyo vértice, P, equidista de los puntos A, B, C, D. Si AB = 1 y el ángulo APB = 2φ, el volumen de la pirámide es



A) $\frac{sen\ \varphi}{6}$ B) $\frac{cot\ \varphi}{3}$ C) $\frac{1}{sen\ \varphi}$ D) $\frac{1-sen\ (2\varphi)}{3}$ **E) $\frac{\sqrt{\cos(2\varphi)}}{6sen\varphi}$**

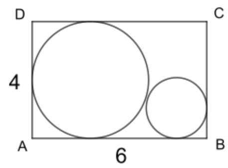
7.- El año 2017 fue primo y el siguiente primo será 2027 ¿Cuántos divisores cuadrados perfectos tiene 2017^{2017} menos que 2027^{2027}?

A) 4 B) 10 C) 2007 D) 40 **E) 5**

8.- Dado el sistema de ecuaciones $\begin{cases} x + 2y + z = 8 \\ x + 5y + 4z = 17 \end{cases}$ ¿Cuánto vale $x + y$?

A) -3 B) 0 C) 8 D) 4 **E) 5**

9.- En un rectángulo de lados 4 y 6 se inscriben sendas circunferencias, tangentes al rectángulo y tangentes entre sí, como se indica en la figura. ¿Cuál es el radio de la circunferencia pequeña?



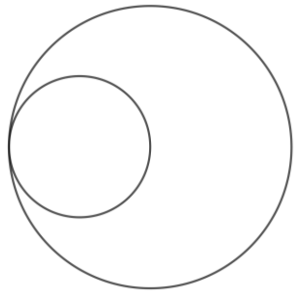
A) $2\sqrt{2} - 1$ **B) $8 - 4\sqrt{3}$** C) $\frac{9}{10}$ D) $\frac{\sqrt{5}}{2}$ E) 1

10.- Si la suma de dos números es 3 y su producto es 1, la suma de sus cubos es:
A) 27 B) 54 C) 9 D) 20 **E) 18**

11.- Los ángulos de un trapecio están en progresión aritmética. Si el ángulo más pequeño es de 75º, ¿cuánto mide el más grande?

A) 95º B) 100º **C) 105º** D) 110º E) 115º

12.- El círculo pequeño del dibujo es tangente al grande y pasa por el centro de éste. ¿cuánto valdrá la suma $a+b$ si $\frac{a}{b}$ es la fracción irreducible que representa la relación entre el área del pequeño y la del grande que está fuera del pequeño?

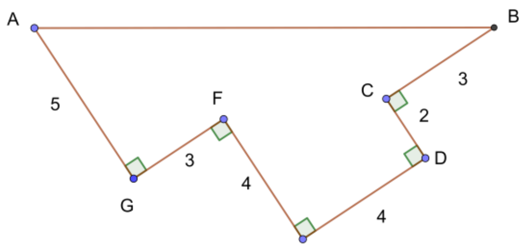


A) $\boldsymbol{2\pi}$ B) 5 C) $\pi/2$ **D) 4** E) $\pi+3$

13.- Sabiendo que $\cos\alpha = \mathbf{4/5}$ y que α está en el primer cuadrante, el sen 4α es:

A) $\frac{48}{625}$ B) $\frac{60}{625}$ C) $\frac{196}{625}$ D) 1 **E)** $\mathbf{\frac{336}{625}}$

14.- En la poligonal ABCDEFG de la figura, los ángulos en C, D, E, F y G son rectos. Las longitudes de los lados, que se indican en la figura, son AG = 5, GF=3, FE=4, ED=4, DC=2 y CB=3
¿Cuál es la longitud del lado AB?



A) $8\sqrt{\mathbf{2}}$ B) 12 **C)** $\sqrt{\mathbf{149}}$ D) $7\sqrt{\mathbf{3}}$ E) $6\sqrt{\mathbf{5}}$

15.- Lanzamos un dado seis veces. La probabilidad de obtener un número mayor o igual que cinco, al menos cinco veces es:

A) $\mathbf{\frac{13}{729}}$ B) $\frac{12}{729}$ C) $\frac{2}{729}$ D) $\frac{3}{729}$ E) $\frac{4}{729}$

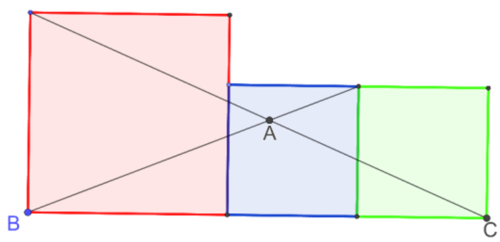
16.- La ecuación $\frac{2^{x+2}-2}{2^{2x+1}} = 1$ tiene,

A) Ninguna solución **B) Una única solución** C) Dos soluciones D) Tres soluciones E) Infinitas soluciones

17.- Se sabe que la función polinómica $y = x^5 + bx^4 + cx^3 + dx^2 + ex + f$ pasa por el origen de coordenadas y tiene cinco raíces distintas. En estas condiciones, qué coeficiente no puede ser 0.

A) No se puede asegurar que ninguno sea distinto de cero B) b C) c D) d **E) e**

18.- En la siguiente figura el cuadrado grande tiene lado a, y los cuadrados pequeños tienen el mismo lado b. Entonces la tangente del ángulo BAC, es:



A) -1 B) -a/b C) -b/a D) $-\sqrt{3}$ E) $-\sqrt{3}/3$

19.- ¿Para cuántos valores enteros de n, entre 1 y 100, se puede descomponer $x^2 + x - n$ en producto de dos factores de primer grado con coeficientes enteros?

A) 0 B) 2 **C) 9** D) 18 E) 20

20.- Si $f(x) = log\left(\frac{1+x}{1-x}\right)$ con $-1 < x < 1$, entonces $f\left(\frac{3x+x^3}{1+3x^2}\right)$ es igual a:

A) $-f(x)$ B) $2f(x)$ **C)** $\boldsymbol{3f(x)}$ D) $[f(x)]^2$ E) $[f(x)]^2 - f(x)$