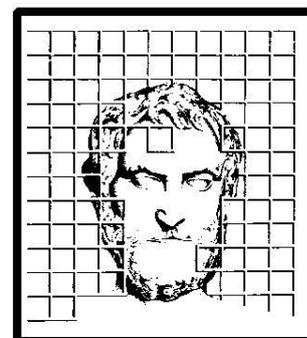




# XIII CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



SAEM Thales

Preparatorio para la LIX Edición de la  
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 28 de octubre de 2022

Facultad de Matemáticas

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
  - \* No te olvides de poner, al dorso, tu nombre y apellidos y el nombre de tu Centro.
  - \* Los folios en blanco que te faciliten son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
  - \* Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
  - \* Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
  - \* Cuando termines, entrega esta hoja con tus datos y las respuestas.

Apellidos..... Nombre.....

Centro.....

**RESPUESTAS**

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>1</b>					
<b>2</b>					
<b>3</b>					
<b>4</b>					
<b>5</b>					
<b>6</b>					
<b>7</b>					
<b>8</b>					
<b>9</b>					
<b>10</b>					
<b>11</b>					
<b>12</b>					
<b>13</b>					
<b>14</b>					
<b>15</b>					
<b>16</b>					
<b>17</b>					
<b>18</b>					
<b>19</b>					
<b>20</b>					

1.- Un profesor comentó que todos nuestros concursantes tienen, por lo menos, 14 años. Pero se comprobó que esta afirmación es falsa, porque:

- A) Todos los concursantes tienen 15 años o más      B) Todos los concursantes tienen 15 años exactamente.  
 C) Ninguno de los concursantes tiene ya 14 años      D) Encontramos varios concursantes con 13 años.  
 E) Encontramos varios concursantes con 15 años.

2.- ¿Cuánto suman las dos últimas cifras de  $(1!)^2 + (2!)^2 + \dots + (2022!)^2$ ?

- A) 0      B) 4      C) 5      D) 8      E) 11

3.- Si  $x = \sqrt{156 + \sqrt{156 + \sqrt{156 + \dots}}}$ , ¿cuánto vale  $x$ ? (Siempre tomamos el resultado positivo de la raíz)

- A) 12      B) 13      C) 14      D)  $\pi^2$       E) Infinito

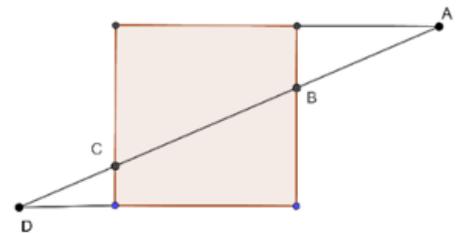
4.- Si  $x, y$  son números reales tales que  $5^x + 5^y = 8$ , y  $5^{x+y} = 4$ , calcula el valor de  $5^{x-y} + 5^{y-x}$

- A) 15      B) 14      C)  $5^2$       D)  $4 + 2\sqrt{3}$       E) 1

5.- Resuelve la ecuación:  $\log_2 x + \log_4 x + \log_{16} x = \frac{21}{4}$

- A) 1      B) 2      C) 4      D) 8      E) 16

6.- En la figura, los puntos A y D están sobre la prolongación de los lados opuestos del cuadrado. El segmento AD corta a los otros dos lados del cuadrado en los puntos B y C, tales que  $AB=3$ ,  $BC=5$  y  $CD=2$ . El área del cuadrado es:



- A) 20      B) 25      C) 10      D) 18      E) 24

7.- En el ajedrez, la dama amenaza a las casillas que tenga en dirección horizontal, vertical y diagonal. ¿De cuántas formas podemos colocar dos damas en un tablero 4x4 de forma que cubran o amenacen todas las casillas?

- A) 0      B) 4      C) 8      D) 12      E) 16

8.- Si  $x^2 + x - 1 = 0$ , calcula el valor de  $\frac{x^4 - 5}{x + 1}$

- A) 3      B) -3      C) 0      D)  $x$       E) No se puede calcular

9.- La circunferencia de ecuación  $x^2 + y^2 = 49$  y la parábola de ecuación  $y^2 - 5x = 49$  se cortan en puntos del plano. La suma de las abscisas de todos los puntos de corte de ambas curvas es  $S$  y la suma de las ordenadas es  $T$ .

- A)  $S = -10$ ,  $T = 0$       B)  $S = -5$ ,  $T = 2\sqrt{6}$       C)  $S = 0$ ,  $T = 0$   
 D)  $S = -5$ ,  $T = 0$       E)  $S = -5$ ,  $T = 7 + 2\sqrt{6}$

10.- Hay 6 personas en una habitación. Algunas siempre dicen la verdad, y el resto siempre miente. La número 1 dice: "Ninguno de nosotros dice la verdad". La número 2 dice: "No hay más de 1 persona aquí que diga la verdad". La número 3 dice: "No hay más de 2 personas que digan la verdad aquí". La número 4 dice: "No hay más de 3 personas que digan la verdad aquí". La número 5 dice: "No hay más de 4 personas que digan la verdad aquí". La número 6 dice: "No hay más de 5 personas que digan la verdad aquí".  
 ¿Cuántas personas dicen la verdad en la habitación?

- A) Ninguna      B) 1      C) 2      D) 3      E) 4

11.- Tengo dos triángulos, uno de lados 5, 5 y 6, área  $S$ , y otro de lados 5, 5 y 8, área  $S'$ . Comparando las áreas se obtiene que

- A)  $S > S'$                       B)  $S < S'$                       C)  $S = S'$   
 D)  $S < S'$  si los triángulos son rectángulos                      E)  $S > S'$  si los triángulos son equiláteros

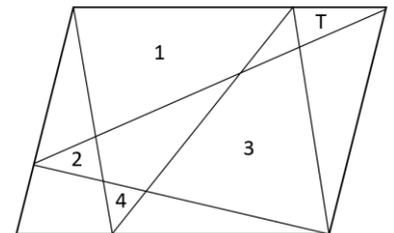
12.- Si  $1^2 + 3^2 + 5^2 + \dots + 2021^2 = S$ , ¿cuánto suma  $2^2 + 4^2 + 6^2 + \dots + 2022^2$  ?

- A)  $S + 2022^2$     B)  $S + 1 + 2 + 3 + \dots + 2022$     C)  $S + 1 + 2 + 3 + \dots + 2021$     D)  $4S$     E)  $S + 2022 \times 2023$

13.- Sea  $N$  el número de soluciones en  $[0, 2\pi)$  de la ecuación  $\text{sen } x = \text{sen } (2x)$ , y  $S$  la suma de todas esas soluciones, entonces:

- A)  $N = 1, S = 0$     B)  $N = 2, S = \pi$     C)  $N = 3, S = 4\pi/3$     D)  $N = 4, S = 3\pi$     E)  $N = 4, S = 5\pi$

14.- La parte exterior de la figura adjunta es un paralelogramo. Las líneas que unen lados del paralelogramo son rectas, formando 7 triángulos y 4 cuadriláteros. Las áreas del cuadrilátero 1, el triángulo 2, el cuadrilátero 3 y el triángulo 4 son, respectivamente, 72, 10, 79 y 8. ¿Cuál es el área del triángulo T?



- A) 8                      B) 9                      C) 10                      D) 11                      E) Faltan datos

15.- Lanzamos una moneda muchas veces. Si la primera tirada es cara, ¿cuál es la probabilidad de que salgan dos caras consecutivas antes que dos cruces consecutivas?

- A)  $\frac{1}{2}$                       B)  $\frac{2}{3}$                       C)  $\frac{3}{4}$                       D)  $\frac{3}{5}$                       E)  $\frac{4}{5}$

16.- Elvira ve un barco navegando a velocidad constante en un tramo recto de un río. Elvira camina de forma paralela al río, a velocidad constante mayor que la del barco. Necesita 210 pasos para alcanzar la parte delantera del barco empezando desde la trasera. Caminando en dirección opuesta, necesita 42 pasos para alcanzar la parte trasera del barco empezando desde la delantera. En términos de pasos de Elvira, ¿cuánto mide el barco?

- A) 70                      B) 84                      C) 98                      D) 105                      E) 126

17.- La recta  $r$  tiene como ecuación  $3x - 5y + 40 = 0$ . Rotamos esta recta  $45^\circ$  en sentido antihorario alrededor del punto  $(20, 20)$ , obteniendo la recta  $s$ . ¿Cuál es la abscisa del punto de corte de  $s$  con el eje OX?

- A) 9                      B) 12                      C) 15                      D) 18                      E) 21

18.- Tres números reales  $a, b, c$  cumplen que  $3a + 4b + 2c = 7$ , y  $2a + 3b - c = 9$ . ¿Cuál es el valor de  $a - 2b + 24c$  ?

- A)  $10a$                       B)  $-3b$                       C)  $20c$                       D)  $-41$                       E) No se puede determinar

19.- En una clase de 20 alumnos se hace un examen que puntúa de 0 a 10. La media de los 10 primeros alumnos de la lista fue de 6.5 y la media de los alumnos comprendidos entre el 10 y el 20 ambos inclusive fue de 4.2. Solo una de las siguientes respuestas puede ser la media de toda la clase, ¿cuál es?

- A) 4.5                      B) 5                      C) 5.5                      D) 5.8                      E) 6

20.- Llamamos  $f_k(n)$  al mínimo número de números primos por los que hay que multiplicar a  $n$  para que el resultado sea una potencia  $k$ -ésima exacta. Por ejemplo,  $f_3(12) = 3$  porque a 12 habría que multiplicarlo por 2, 3 y 3 para obtener  $216 = 6^3$ . Sabiendo esto, ¿cuál es el máximo valor que alcanza  $f_7(n)$  si  $1 \leq n \leq 1000$ ?

- A) 8                      B) 18                      C) 20                      D) 24                      E) 30