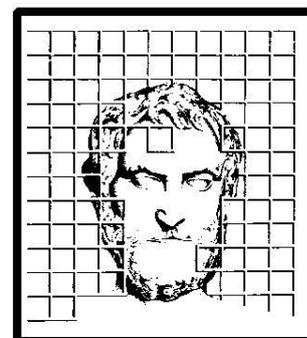




# XIII CONCURSO DE OTOÑO DE MATEMÁTICAS (CO+)



SAEM Thales

Preparatorio para la LIX Edición de la  
Olimpiada Matemática Española

Sevilla, viernes 28 de octubre de 2022

Facultad de Matemáticas

LEE ATENTAMENTE:

- Pon tus respuestas en la plantilla que hay al dorso, señalando con una **X** la celda correspondiente a la opción que creas correcta. Si te equivocas, rodea la **X** con un círculo **O** y, a continuación, pon otra **X** en la solución que consideres válida.
- Cada respuesta correcta te aportará 5 puntos, cada respuesta en blanco 2 puntos y cada respuesta errónea 0 puntos.
- Duración de la prueba: 2 horas.
- Normas y Consejos:
  - \* No te olvides de poner, al dorso, tu nombre y apellidos y el nombre de tu Centro.
  - \* Los folios en blanco que te faciliten son para usar exclusivamente como borrador para hacer cuentas, dibujos, etc.
  - \* Es difícil contestar a todas las preguntas en el tiempo indicado, concéntrate en las que veas más asequibles y, cuando las hayas contestado, inténtalo con las demás.
  - \* Procura no contestar al azar, pues las respuestas incorrectas no te dan ningún punto.
  - \* Cuando termines, entrega esta hoja con tus datos y las respuestas.

Apellidos..... Nombre.....

Centro.....

**RESPUESTAS**

	<b>A</b>	<b>B</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>E</b>
<b>1</b>					
<b>2</b>					
<b>3</b>					
<b>4</b>					
<b>5</b>					
<b>6</b>					
<b>7</b>					
<b>8</b>					
<b>9</b>					
<b>10</b>					
<b>11</b>					
<b>12</b>					
<b>13</b>					
<b>14</b>					
<b>15</b>					
<b>16</b>					
<b>17</b>					
<b>18</b>					
<b>19</b>					
<b>20</b>					

1.- Una puerta de madera maciza uniforme tiene 70 cm de ancho, 210 cm de alto y un grosor de 5 cm, y pesa 50 kg. Se corta en ella un panel rectangular de 42 cm de ancho y 56 cm de alto y se coloca en el hueco un vidrio. La puerta con el vidrio pesa 47 kg. ¿Cuál es el peso del vidrio?

- A) 1            B) 2            C) 3            D) 4            E) 5

2.- ¿Cuánto vale el lado de un cubo cuya diagonal mide  $\sqrt[3]{2}$ ?

- A)  $\sqrt{2}$             B) 1            C)  $\sqrt{3}$             D) 2            E)  $\sqrt[6]{4/27}$

3.- Si  $3^a + 3^a = 12$  y  $3^b + 3^b = 27$ , entonces  $a + b =$

- A) 2022            B) 5            C) 7/2            D) 3            E) 4

4.- Tenemos un saco con bolas de 4 colores. Todas las bolas excepto 12 son rojas. Todas las bolas excepto 14 son amarillas. Todas las bolas excepto 16 son moradas. Y todas las bolas excepto 18 son verdes. ¿Cuántas bolas hay en el saco?

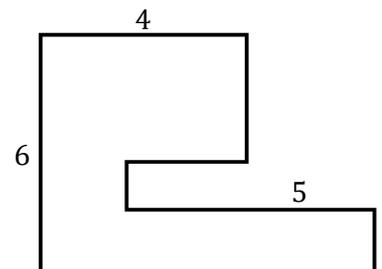
- A) 66            B) 336            C) 24            D) 20            E) No puede saberse

5.- Si  $x + \frac{1}{x} = 3$ , entonces  $x^4 + \frac{1}{x^4}$  es

- A) 47            B) 81            C) 12            D) 9            E) 45

6.- Sabiendo que en la siguiente figura todos los ángulos son rectos y conocemos la longitud de los tres lados indicados, ¿cuál es el perímetro de la figura?

- A) 26            B) 28            C) 30            D) 32            E) Faltan datos



7.- Una conductora viaja un cierto número de horas a una velocidad media de 60 kilómetros por hora, durante los cuales su vehículo gasta un litro de gasolina cada 40 kilómetros. Sabiendo que la conductora cobra 50 céntimos por kilómetro recorrido y que su único gasto es la gasolina, que está a dos euros por litro, ¿qué beneficio obtiene del trabajo, en euros por hora?

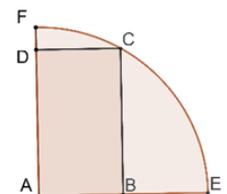
- A) 26            B) 27            C) 28            D) 29            E) 30

8.- Sin usar la calculadora, determina cuál de las siguientes afirmaciones relativas a los números  $\sqrt{2}$ ,  $\sqrt[3]{3}$ ,  $\sqrt[4]{4}$  es cierta

- A)  $\sqrt{2} \leq \sqrt[3]{3} \leq \sqrt[4]{4}$             B)  $\sqrt{2} \geq \sqrt[3]{3} \geq \sqrt[4]{4}$             C)  $\sqrt{2} \leq \sqrt[4]{4} \leq \sqrt[3]{3}$   
 D)  $\sqrt{2} \geq \sqrt[4]{4} \geq \sqrt[3]{3}$             E) Ninguna de los anteriores.

9.- Sea el rectángulo ABCD inscrito en un sector circular, como en la figura, con A en el centro del círculo y DF=2cm y BE= 9cm. Calcula el área del rectángulo.

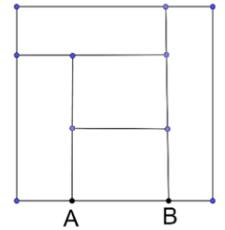
- A) 144            B) 78            C) 100            D) 120            E) 98



10.- Tenemos una sucesión de números enteros  $\{a_n\}$ ,  $n = 1, 2, 3, \dots$  dada por  $a_1 = 1, a_2 = 2, a_3 = 3$ , y tal que  $a_{n+3} = a_n + a_{n+1} - a_{n+2}$ , para  $n = 1, 2, \dots$  Por ejemplo,  $a_4 = 1 + 2 - 3 = 0$ . ¿Cuánto vale la suma  $a_{2022} + a_{2023}$ ?

- A) 0            B) 3            C) 5            D) -2            E) 2022

11.- El cuadrado de la figura está dividido en 5 rectángulos de la misma área. El segmento AB mide 8cm. ¿Cuánto mide el lado del cuadrado?



- A) 18cm      B) 17cm      C) 16cm      D) 15cm      E) 14cm

12.- Al tirar un dado trucado, la probabilidad de obtener un número par es 3 veces mayor que la de obtener un número impar. Lanzamos el dado dos veces. ¿Cuál es la probabilidad de que la suma de los resultados sea par?

- A) 1/2      B) 3/4      C) 5/8      D) 9/16      E) 13/16

13.- Se encienden dos velas de igual altura, pero diferente grosor. La primera se consume totalmente en 8 horas y la segunda en 10 horas. Suponiendo que las velas se encienden simultáneamente y que cada una se consume a una velocidad lineal constante, ¿al cabo de cuánto tiempo, la primera vela tendrá la mitad de la altura de la segunda vela?

- A) 6h 30m      B) 6h 40m      C) 6h      D) 7h      E) 6h 20m

14.- Se denotan  $a, b, c, d$  los cuatro números  $-1, -2, -3, -4$  escogidos de cualquier forma. El valor mayor posible de la expresión  $a^b + c^d$  es

- A) 5/4      B) 26/25      C) 82/81      D) 10/9      E) Ninguno de estos.

15.- Si  $a = \frac{1+\sqrt{2}}{1-\sqrt{2}}$ , calcula  $a^2 + \frac{1}{a^2}$

- A) 34      B) 17      C) 37      D)  $\frac{2+2\sqrt{2}}{2-2\sqrt{2}}$       E)  $\frac{2+\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}}$

16.- ¿Cuál es la mayor potencia de 22 que divide a 2022! ?  
(2022! se lee “2022 factorial” y significa  $2022 \times 2021 \times 2020 \times \dots \times 2 \times 1$ )

- A) 183      B) 193      C) 199      D) 200      E) 203

17.- Un número se dice libre de cuadrados si no existe ningún cuadrado perfecto (a excepción del 1) que lo divida. ¿Cuántos números libres de cuadrados se pueden formar con productos de números del 1 al 10? Por ejemplo, 6 es libre de cuadrados pero 12 no, ya que un divisor de 12 es 4.

- A) 10      B) 15      C) 14      D) 8      E) 16

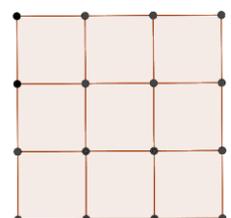
18.- Si  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1 = 0$ , ¿cuánto vale  $x^{20} + x^{10}$  ?

- A) 0      B) 1      C) 2      D) 3      E) No puede saberse

19.- Cinco amigos están reunidos. Andrea dice “Yo digo la verdad”. Benito afirma “Tres decimos la verdad”. Carlos responde “Todos decimos la verdad”. Diana contesta “Andrea y Ernesto dicen la verdad los dos”. Por último, Ernesto comenta “Andrea miente”. ¿Quién o quiénes dicen la verdad?

- A) Andrea y Carlos      B) Carlos o Benito      C) Andrea o Ernesto      D) Diana, Andrea y Ernesto      E) Nadie

20.- ¿Cuántos cuadrados distintos se pueden formar con todos sus vértices en los 16 puntos de la siguiente cuadrícula?



- A) 9      B) 13      C) 14      D) 18      E) 20