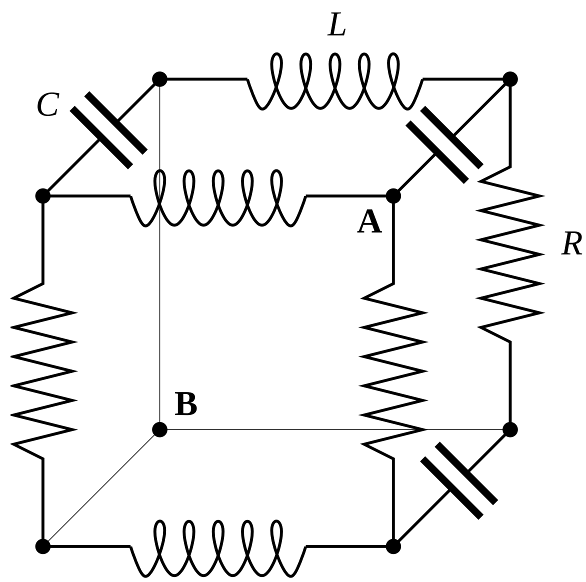
APELLIDOS: ______________________________ NOMBRE: ____________

TITULACIÓN: ______________________________

III OLIMPIADA UNIVERSITARIA DE FÍSICA

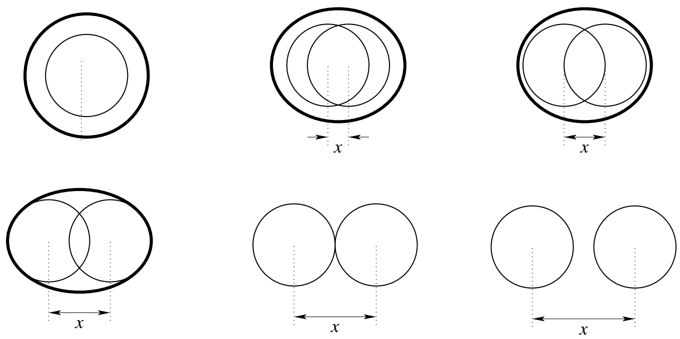
Universidad de Sevilla, 9/5/2012

Problema 1: En un circuito con forma de cubo, hay doce elementos distribuidos en sus aristas: tres inductancias iguales de valor L, tres condensadores de capacidad C, tres resistencias de valor R cada una, y tres conductores sin resistencia.



1. Obtenga una expresión para la impedancia del cubo, medido entre los puntos A y B en términos de L, R, C y la frecuencia angular ω de una fuente de corriente alterna colocada entre esos dos puntos.
2. Suponiendo que $\omega = 1/\sqrt{LC}$, encontrar la impedancia entre A y B en términos de L, C y R.

Problema 2: Un modelo simple para la fisión nuclear consiste en tratar el núcleo como una gota de líquido cargado que se divide en dos. El líquido tiene una densidad constante δ, una densidad de carga constante ρ, y una tensión superficial constante γ. Originalmente, la gota es esférica con un radio R y carga Q. Al añadir energía (en forma de oscilaciones), la gota se divide en dos gotas idénticas más pequeñas que luego se separan. En este ejercicio se espera un resultado exacto en cada una de las cuatro primeras cuestiones. En las cinco siguientes se espera que se ofrezca una aproximación razonable o cualitativa.



La figura muestra la gota grande (la curva gruesa que se transforma en un elipsoide) a medida que el centro de las dos gotas hijas se van separando. Las gotas hijas en realidad no se pueden superponer: el exceso de líquido se reorganiza alrededor del contorno de las dos gotas hijas.

1. Calcular la energía potencial electrostática de una gota esférica cargada uniformemente, con carga neta Q y radio R. Llame a esta energía U_e.

2. Calcular la energía potencial electrostática de cada gota hija cuando están aisladas, en términos de U_e.

3. Calcular la energía asociada a la tensión superficial de una gota esférica con una tensión superficial de valor γ y radio R. Llame a esta energía U_s.

4. Calcular la energía de tensión superficial de las gotas hijas, cuando están separadas, en términos de U_s.

5. Dibuje un gráfico aproximado de la energía potencial electrostática del sistema en función de x, la distancia entre los centros de las gotas hijas.

   Para este gráfico, y los dos gráficos siguientes, asegúrese de indicar claramente la forma funcional de las correspondientes líneas rectas o curvas, intersecciones o valores de asíntotas, y la distancia x_s cuando las dos gotas se tocan.

6. Dibuje un gráfico de la energía de tensión superficial del sistema en función de x.

7. Dibuje un gráfico de la energía potencial total en función de x.

8. Dar una estimación de la energía mínima necesaria para que la gota grande se divida en dos gotas más pequeñas.

9. Estimar la proporción mínima de U_s/U_e para que la gota grande sea *estable* ante la fisión espontánea.

Problema 3: Una estudiante construye un motor térmico simple que consiste en un cilindro y un pistón. Ella diseña un ciclo que tiene cuatro procesos: (A) de expansión isotérmica, (B) expansión adiabática, (C) compresión isotérmica, y (D) compresión adiabática. Los procesos isotérmicos se realizan en contacto con dos focos térmicos a temperaturas T_H para la expansión y T_C para la compresión.

En lugar de llenar el cilindro con un gas ideal, primero vacía el cilindro y luego agrega una pequeña cantidad de líquido. Debido a que $T_C < T_H < T_{\text{critica}}$, la temperatura crítica, parte del líquido se evapora y el cilindro se llena con vapor. En todos los puntos en el ciclo hay algo de líquido presente, también hay presente vapor, y excepto por el hecho de que el vapor se condensa en líquido, supondremos que el vapor es un gas ideal. Finalmente, el líquido y el vapor están siempre en equilibrio térmico, aunque podemos suponer que el volumen del líquido en todo momento es insignificante en comparación con el volumen del vapor.

1. Dibujar un diagrama PV para este ciclo.
2. Calcular el rendimiento de este ciclo en términos de T_H y T_C.
3. La condición de equilibrio térmico entre el líquido y el vapor está dada por

$$\frac{1}{n_l}\left(V_l dP - S_l dT\right) = \frac{1}{n_g}\left(V_g dP - S_g dT\right),$$

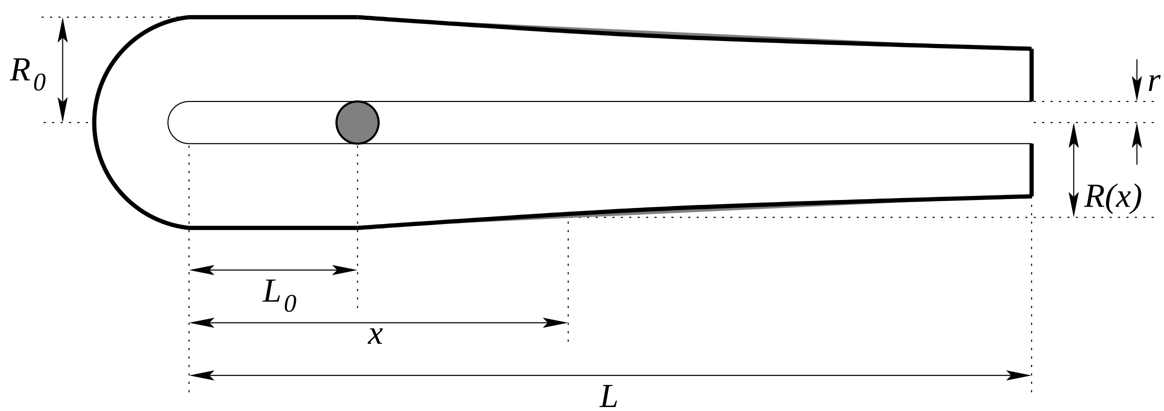
   donde el subíndice l se refiere al líquido, y g se refiere al estado de vapor; n es el número de moles, S la entropía, V el volumen, P la presión y T la temperatura. Suponiendo que $V_l \ll V_g$, y que el vapor es un gas ideal, obtener una expresión para

   a) dP/dT en función del calor latente de vaporización por mol L_v, el volumen V del cilindro, la temperatura T, el número de moles de vapor n, y cualquier otra constante fundamental que haga falta.

   b) la presión P en términos de T, L_v, las constantes fundamentales pertinentes, y una presión y temperatura de referencia arbitraria P_0 y T_0, respectivamente.

Problema 4: Podemos considerar un cañón como un tubo cilíndrico ligeramente cónico con un agujero cilíndrico, como muestra la figura. El cañón tiene un radio interior r y uno exterior $R(x)$ que depende de la distancia al fondo del cañón. Se busca que $R(x)$ sea tan pequeño como sea posible para que el cañón no explote por la presión de los gases internos.

Considérese que el cañón tiene una longitud $L \gg r$ y tómese L_0 para la posición inicial de la bala en el cañón. Para $x < L_0$, el radio exterior del cañón es R_0. Este cañón está hecho de un metal con una tensión de ruptura de valor σ, que es una medida de la fuerza máxima por unidad de área que el metal puede soportar sin que se rompa. La bala está fabricada de un metal de densidad ρ.



Cuando se produce la explosión, se crean de inmediato n_0 moles de un gas ideal monoatómico a una temperatura T_0 en el espacio a la izquierda de la bala. Desprecie la fricción entre la bala y las paredes del cañón y considérese que la bala de cañón se mueve tan rápidamente que no se intercambia calor entre el gas en expansión y el cañón o la bala. Por conveniencia, suponga que el cañón se dispara en el vacío y que el gas realiza un proceso reversible. Para evitar confusiones, se debe escribir la constante de los gases ideales como R_g.

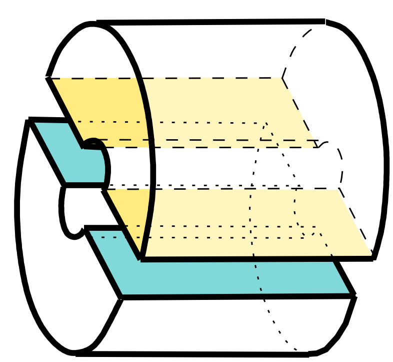
1. Encontrar una expresión para R_0 en términos de n_0, T_0, L_0, r y σ.

2. Encontrar una expresión para $R(x)$ en términos de x, R_0, r y L_0.

3. Encontrar una expresión para la energía cinética comunicada a la bala en función de n_0, T_0, L_0 y L.

4. Se puede estimar razonablemente el coste de un cañón suponiendo que es proporcional a $M = LR_0^2$. Encontrar el máximo de energía cinética que se puede dar a la bala de cañón en términos de n_0, T_0, σ y M.

Puede considerar que el cañón está formado por dos piezas (como muestra la figura) pegadas con un pegamento que es capaz de aguantar una fuerza por unidad de área de valor σ.



Problema 5: Estamos interesados en el desarrollo de un modelo que explique cuánto se hunde una bola de masa m y radio r en la arena cuando se deja caer desde una altura H. Hacemos las siguientes hipótesis.

- La arena es como un líquido incomprensible, que fluye libremente, y que obedece la ley de Pascal para la presión en función de la profundidad, siendo cero la presión en la superficie.
- Las fuerzas de empuje de la arena sobre la bola son despreciables.
- La fuerza de gravedad sobre la bola es despreciable en comparación con la principal fuerza de rozamiento.
- La profundidad d que la bola penetra en la arena cumple $H \gg d \gg r$.

A continuación, considere los siguientes casos para la fuerza de fricción. Ésta es...

1. proporcional a la presión estática de la arena sobre la bola, $F \propto P$, como la fuerza de rozamiento dinámica.
2. proporcional a la velocidad de la bola v, $F \propto v$, como una fuerza de rozamiento viscoso.
3. un modelo híbrido, proporcional a la velocidad de la bola y a la presión de la arena sobre la bola.

Para cada caso, obténgase una fórmula para predecir la profundidad d a la que se hunde una bola cuando se deja caer desde una altura H por encima de la superficie de la arena. Su respuesta debe indicar la relación funcional entre d y H.

Un experimento se lleva a cabo, obteniéndose los datos siguientes:

H (m)	0.7	1.4	2.9	4.6	5.8	5.9	6.2
d (m)	0.27	0.31	0.39	0.44	0.48	0.46	0.47

4. Dibuje un gráfico apropiado para estos valores y determine qué modelo o modelos son más adecuados.